This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Library
of the
University of Wisconsin

Digitized by Google

Digitized by Google

Library
of the
University of Wisconsin

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Theorie

der

Turbinen, Kreiselpumpen

und

Ventilatoren

von

R. R. Werner,

Professor und ordentlicher Lehrer der Maschinenbaukunde an der Großherzoglich polytechnischen Schule in Darmstadt.

(Separatabdruck aus der Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure, Band XIII.)

Berlin, 1869.

Verlag von Rudolph Gaertner.

Amelang'sche Sortiments-Buchhandlung.

Leipziger Straße 138a

Digitized by Google

Digitized by Google

6504216

117854
APR 20 1938

SVH
.W49

Vorwort.

Der Bau von Turbinen, Kreiselrädern oder sogenannten horizontalen Wasserrädern, an Stelle der verticalen Wasserräder, hat bei weitem noch nicht diejenige Ausdehnung gewonnen, zu welcher die Vorzüge dieser Motoren berechtigen. Die Turbinen sind an vielen Orten, wo sie sehr nützlich sein würden, entweder noch gar nicht oder doch unter dem übelen Ruf bekannt, zu welchem viele mißlungene Ausführungen, namentlich in der früheren mit der Fourneyron'schen Erfindung beginnenden Bauperiode, den Grund gelegt haben. Wenn auch bei den jetzigen Anlagen meistens günstigere Resultate erzielt werden, so fehlt den Erbauern dennoch gar oft eine klare Vorstellung von der Art und Weise, wie das Wasser in einer Turbine arbeitet, eine genaue Kenntniß der theoretischen Bedingungen, unter denen ein verlangter Effect überhaupt und besonders in günstigster Weise erreicht wird und eine Bekanntschaft der verschiedenen Systeme, namentlich der neueren, um in jedem besonderen Fall entweder die zweckmäßigste Wahl treffen, oder aber einscheiden zu können: ob nicht ein verticales Wasserrad oder eine Wasserdruckmaschine (Wassersäulenmaschine) den Vorzug verdient.

Hiervon und von der Ueberzeugung ausgehend, daß das vorliegende Werkchen Manches als Beitrag zu einem rationellen Turbinenbau liefert, was in anderen, denselben Gegenstand betreffenden Büchern nicht zu finden ist, habe ich meine, aus vieljährigen praktischen Erfahrungen und Studien hervorgegangene Arbeit der Oeffentlichkeit übergeben. Einer strengen

Digitized by Google

Kritik über Styl und Anordnung des Stoffes gegenüber glaube ich noch erwähnen zu müssen, daß das Ganze eine Ausarbeitung meiner Vorträge ist, welche ich im Interesse der praktischen Anwendung meiner Theorie durch ausgerechnete Beispiele vervollständigt habe.

Die Theorie der Kreiselpumpen (Centrifugalpumpen) und Ventilatoren steht in so innigem Zusammenhange mit der der Turbinen, und sind jene Maschinen von einer ebenso großen Wichtigkeit für die Technik, daß ich die Aufeinanderfolge für geboten erachtete.

Gern und mit Dank erwähne ich noch der freundlichen Hülfe, welche mir Herr von Gizicki, Docent an der Königl. Gewerbe-Akademie in Berlin, dadurch geleistet hat, daß er das Manuscript vor dem Druck durchgesehen hat.

Darmstadt im Juni 1869.

R. R. Werner.

Bemerkung.

Unter den mit

„d. Z." (dieser Zeitschrift)

gemachten Hinweisungen ist überall die Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure gemeint.

Berichtigungen.

Seite 4, Gl. (5) lies: $\frac{w_a^2}{2g} - \frac{w_b^2}{2g}$ statt: $w_a^2 - w_b^2$.

„ 9, Gl. (20) lies: c_a^2 statt: c_a.

„ 9, Gl. (21c) lies: $\frac{2\sin(\beta-\alpha)\cos\alpha}{\sin\beta}$ statt: $\frac{2\sin(\beta-\alpha)\cos\alpha}{\sin\alpha}$

„ 15, Gl. (35a) lies: $\left(\frac{e^2}{a^2}\frac{E^2}{A^2} - 1\right)\operatorname{tg}\alpha$ statt: $\left(\frac{n^2E^2}{a^2A^2} - 1\right)\operatorname{tg}\alpha$.

„ 18, Zeile 1 von oben lies: $\sin\beta = \sin(\beta-\alpha)$ statt: $\sin\alpha = \sin(\beta-\alpha)$.

„ 40, Zeile 2 von unten lies: Seite 36, Zeile 3 von unten statt: Seite 102, Zeile 8.

„ 40, Zeile 14 von oben lies: e_x statt l_x.

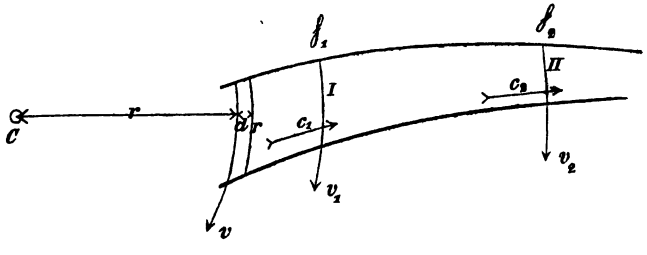
Digitized by Google

I. Turbinen.

Um zunächst diejenigen analytischen Beziehungen zwischen den Constructionselementen aufzustellen, welche sich aus der principiellen Wirkungsweise des Wassers in den Turbinen ergeben, muß für die Letzteren ein derartig idealer Zustand vorausgesetzt werden, daß das Wasser ohne Stoß und Contraction an dem Leitboden und Rad ein- und austritt, daß es ohne Reibung und Wirbelung hindurch strömt, daß sämmtliche Zellen gefüllt sind, und daß das Wasser von einer so großen Anzahl unendlich dünner Schaufeln geleitet wird, daß der relative Weg eines jeden Wassertheilchens der Form der Schaufeln entspricht.

Wir beginnen damit, daß wir den Unterschied der Pressung ermitteln, welche irgend zwei Wassertheilchen erleiden, die sich in verschiedenen Normalquerschnitten eines Leitcanales während ihrer Bewegung befinden. Fig. 1 möge einen solchen Canal vorstellen.

Fig. 1



Setzt man voraus, daß jedes Wassertheilchen in dem Querschnitt I die Geschwindigkeit c_1 hat*), und daß die

*) Als Maß-, Gewicht- und Zeiteinheit ist, wo es nicht anders bemerkt wird, der rheinländische Fuß, das Zollpfund und die Secunde angenommen.

Digitized by Google

hydrostatische Pressung an dieser Stelle der einer Wassersäule von der Höhe h_1 gleich ist; läßt man demnächst Analoges für den Querschnitt II gelten, während man annimmt, daß dieser H Fuß tiefer liegt, als der Querschnitt I, so ist, da das Arbeitsvermögen des Wassers auf seinem Wege von I nach II keine Aenderung erleidet:

$$\frac{c_2^2}{2g} + h_2 = \frac{c_1^2}{2g} + h_1 + H,$$

$$(g = 31{,}25)$$

oder

$$\frac{c_2^2 - c_1^2}{2g} = h_1 - h_2 + H \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1).$$

Dieses letztere Gesetz gilt aber auch für nicht in Ruhe befindliche Canäle, und so auch für die mit gleichförmiger Geschwindigkeit um die Radaxe schwingenden Radcanäle. Durch die schwingende Bewegung wird aber ein Normaldruck der Schaufeln gegen das durchströmende Wasser hervorgerufen, welcher gerade so auf Vermehrung der hydrostatischen Pressung wirkt, als es die Fliehkraft thun würde, wenn sie an Stelle jenes Normaldruckes vorhanden wäre.*)

Ist in der Entfernung r von der Drehaxe C v die Peripheriegeschwindigkeit eines Wasserprisma, welches den Querschnitt q, die unendlich kleine Höhe dr, das Gewicht $dr\,q\gamma$ ($\gamma = 61{,}74$) und eine hydraulische Pressung von der Höhe h hat, so ist nach Obigem die unendlich kleine Pressungszunahme

$$= dh \,.\, q\gamma$$

und diese gleich der Fliehkraft des Wasserprisma, also:

$$dh \,.\, q \,.\, \gamma = dr \,.\, q \,.\, \gamma \frac{v^2}{gr}.$$

Setzt man $\frac{v}{r} = \omega$ gleich der Winkelgeschwindigkeit, so-

---

*) Hinsichtlich einer streng wissenschaftlichen Begründung dieses Satzes verweisen wir auf: „Die Gesetze und die Kräfte der relativen Bewegungen von Gustav Schmidt". Wien, 1861. Druck von Friedr. Förster & Brüder. Ferner P. Rittinger, „Theorie und Bau der Centrifugalventilatoren und Centrifugalpumpen". Wien, 1858.

Digitized by Google

wie auch $dr = \frac{dv}{\omega}$, und substituirt man die beiden linksseitigen Werthe in die obige Gleichung, so hat man $dh = \frac{v\,dv}{g}$, und $h = \int \frac{v\,dv}{g} = \frac{v^2}{2g} +$ Constante.

Nimmt man in diesem allgemeinen Ausdruck für h bei c_1 und c_2 die besonderen Werthe h_3 resp. h_4 an, und ist die Umfangsgeschwindigkeit an diesen Stellen v_1 und v_2, so wird

$$h_4 - h_3 = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2).$$

Setzt man die Gesammtpressungen bei c_1 und c_2

$$h_1 + h_3 = x$$

und

$$h_2 + h_4 = y,$$

so ergiebt sich durch Vergleichung von Gl. (1) und Gl. (2)

$$x - y = \frac{c_2^2 - c_1^2 - v_1^2 + v_2^2}{2g} - H \quad . \quad . \quad (3).$$

Auf Turbinen angewendet, möge nun unter x die mittlere Pressung verstanden werden, welche das Wasser an derjenigen Stelle hat, an welcher es aus dem Leitboden in das Rad übertritt. Diese Pressung pflegt Spaltendruck genannt zu werden, des zwischen Rad und Leitboden vorhandenen Spaltes oder Spielraumes wegen.

Ist nun die Gefällhöhe oder das Gefälle, das ist der verticale Abstand des Oberwasserspiegels vom Unterwasserspiegel $= h$, und liegt jene Uebergangsstelle im Mittel um h_1 Fuß über dem Unterwasserspiegel, ist ferner der Atmosphärendruck gleich dem einer Wassersäule von

$$A = 32 \text{ Fuß},$$

und ist dort die absolute Geschwindigkeit des Wassers $= c$, so läßt sich ausdrücken

$$x = A + (h - h_1) - \frac{c^2}{2g} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4).$$

Liegt der Austritt des Wassers aus dem Rade im Mittel H Fuß tiefer, als der Eintritt, und wird die mittlere Pressung des Wassers bei seinem Austritt mit y bezeichnet, so hat man hierfür die Gleichung:

Digitized by Google

$$y = \mathfrak{A} - (h_1 - \mathfrak{H}) + w_a^2 - w_b^2 \quad . \quad . \quad . \quad (5),$$

vorausgesetzt, daß das Wasser beim Austritt aus dem Rade die Geschwindigkeit w_a und beim Austritt aus der Turbine — in die Atmosphäre oder in das Unterwasser — die Geschwindigkeit w_b hat. In der Praxis pflegt aber der Unterschied von w_a und w_b gleich Null oder doch so gering zu sein, daß man denselben vernachlässigen kann, daher wir der Einfachheit wegen setzen:

$$y = \mathfrak{A} - (h_1 - \mathfrak{H}) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5a).$$

Aus Gl. (4) und Gl. (5a) hat man nun:

$$x - y = h - \frac{c^2}{2g} - \mathfrak{H} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6).$$

Dieser zweite, die Pressungsdifferenz an der Ein- und Austrittsstelle darstellende Ausdruck beweist, daß diese Differenz ganz unabhängig von h_1 ist. In Folge hiervon ist diese Höhe ohne allen Einfluß auf die Wirkung des Wassers in der Turbine, falls h_1 nur so gewählt wird, daß aus der Gl. (5) sich $y \gtrless 0$ ergiebt.

Unterhalb dieser Grenze kann man also das Turbinenrad in beliebiger Höhe über dem Unterwasser arbeiten lassen. Nur muß das ausfließende Wasser durch ein in das Unterwasser eintauchendes Rohr — das Saugerohr — von der Atmosphäre abgeschlossen sein. Die Höhe h_1 heißt alsdann die Saugehöhe.

Tritt aber das Wasser aus dem Rade unmittelbar in's Freie, so ist $h_1 = 0$, und die mittlere Entfernung der Austrittsöffnung vom Unterwasserspiegel ist als Verlusthöhe von der ganzen Gefällhöhe in Abzug zu bringen. Arbeitet aber das Rad im Unterwasser, so wird der Werth von h_1 ein negativer.

Versteht man unter c_a die relative Eintrittsgeschwindigkeit des Wassers in das Rad, oder die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser dem ersten Element der Radschaufel entlang strömt, und ist c_a die relative Austrittsgeschwindigkeit, während die Umfangsgeschwindigkeit an der Eintrittsstelle v_a und an der Austrittsstelle v_a ist, so findet die Gl. (3) Anwendung, und es ist:

Digitized by Google

$$x - y = \frac{c_a^2 - c_e^2 - v_a^2 + v_e^2}{2g} - \mathfrak{H} \quad . \quad . \quad (7).$$

Diese Gleichung, mit Gl. (6) verglichen, giebt:

$$2gh = c^2 + c_a^2 - c_e^2 - v_a^2 + v_e^2 \quad . \quad . \quad (8).$$

Insofern die Abmessungen der Turbine und der Gefälle h als gegeben zu betrachten sind, und wir auch eine gewisse Abhängigkeit der Ausflußgeschwindigkeit c von h als gegeben annehmen werden, müssen c_a, c_e, v_a und v_e durch Werthe substituirt werden, welche Functionen von c und jenen Abmessungen sind.

Es muß jedoch vorerst noch hervorgehoben werden, daß sowohl die vorhergehenden, als auch die weiterhin zu machenden Entwickelungen in allen Fällen gültig sind; es möge das Wasser bei seiner Bewegung durch das Rad

1) von der Radaxe sich entfernen, also wie bei der Fourneyron'schen Turbine am inneren Radumfange ein- und am äußeren austreten, oder
2) der Radaxe sich nähern, also wie bei der Francis'schen Turbine, oder dem Tangentialrade am äußeren Radumfange ein- und beim inneren austreten, oder
3) in ungeänderter Entfernung von der Axe bleiben, wie bei der Henschel'schen Turbine.

Während wir für diese letztere Art die schon bekannte Bezeichnung Axialturbinen beibehalten, wollen wir die sub 1) mit innerer Beaufschlagung innere, und die sub 2) mit äußerer Beaufschlagung äußere Turbinen kurzweg nennen.

Bezeichnet man mit E den Halbmesser des Eintrittsumfanges und mit A den des Austrittsumfanges, so ist

für innere Turbinen $E < A$,
" äußere " $E > A$ und
" Axialturbinen $E = A$.

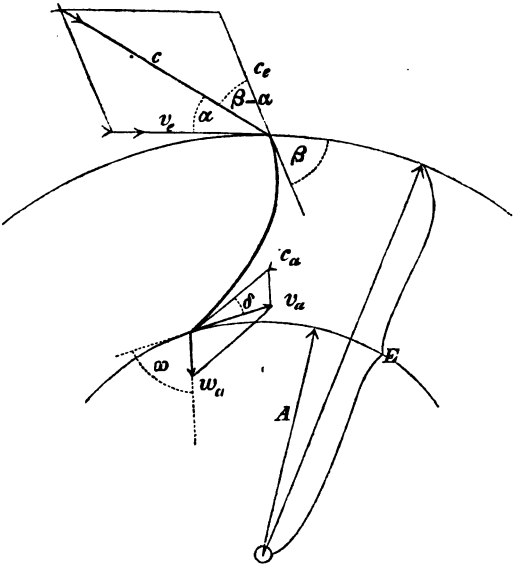
In der als Repräsentantin für alle drei Fälle geltenden Fig. 2 sei der Winkel, welchen das letzte Leitschaufelelement mit dem Radumfange bildet, $= \alpha$. Die Winkel, welchen das erste und das letzte Radschaufelelement mit den Radumfängen bilden, seien $= \beta$ resp. $= \delta$.

Um jeden Effectverlust durch Stoß zu vermeiden, muß

Digitized by Google

dem ersten Schaufelelement dieselbe Richtung gegeben werden, welche das Wasser bei seinem Eintritt in dem Rade annimmt, und es ergiebt sich mit Hülfe des Parallelogramms der Geschwindigkeiten

Fig. 2



$$v_e = c \frac{\sin(\beta - \alpha)}{\sin \beta} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9),$$

und da

$$v_a = \frac{A}{E} v_e \text{ ist,}$$

$$v_a = \frac{A}{E} \cdot c \frac{\sin(\beta - \alpha)}{\sin \beta} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10),$$

ferner

$$c_e = c \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11).$$

Unter w_a die absolute Austrittsgeschwindigkeit des Wassers verstanden, ist der an das Rad nicht übertragene, also verloren gehende Theil Wasserkraft eines Pfundes Aufschlagwasser $= \frac{w_a^2}{2g}$; und es muß, um einen möglichst hohen Wirkungsgrad zu erzielen, die Umfangsgeschwindigkeit v_a so ge-

Digitized by Google

wählt werden, daß w_a ein Minimum w wird; oder, da im Allgemeinen

$$w_a^2 = c_a^2 + v_a^2 - 2 c_a v_a \cos\delta \quad . \quad . \quad (12)$$

ist, und

$$\frac{d(w_a^2)}{d v_a} = 2 v_a - 2 c_a \cos\delta = 0$$

gesetzt werden muß, findet man

$$v_a = c_a \cos\delta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13),$$

und durch Substitution in Gl. (12)

$$w = c_a \sin\delta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14).$$

Durch Addition der quadrirten Gl. (13) und (14) ist

$$c_a^2 = v_a^2 + w^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15),$$

woraus man ersieht, daß die Austrittsrichtung von w eine radiale oder axiale sein muß.

Bevor wir der oben besprochenen Absicht gemäß auch c_a als eine Function von c darstellen, sehen wir uns genöthigt, durch zwei vorläufig willkürliche Annahmen w von u, und von diesem wieder c abhängig zu machen. Wir nehmen erstens an, daß, wenn man mit

$$u = \sqrt{2gh} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16)$$

die der ganzen Gefällhöhe entsprechende Geschwindigkeit bezeichnet, w ein gegebener aliquoter Theil von u, etwa

$$w = \frac{u}{t} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (17)$$

ist.

Zwar wird, wie schon oben angedeutet wurde, der theoretische Nutzeffect um so größer, je kleiner w, also je größer t wird, und steht auch bei jeder Art von Turbinen in constructiver Hinsicht Nichts im Wege, t beliebig groß zu machen; es wird aber dem Maximum des wirklichen Nutzeffectes, und auf diesen kommt es ja nur an, bei jeder besonderen Turbinenart ein Werth von t entsprechen, welcher nicht überschritten werden darf, ohne daß dadurch die größere Ausbeute an mechanischer Kraft nicht durch einen vermehrten Verlust durch passive Widerstände mehr als aufgehoben wird. Bei sich gut bewährenden Turbinen findet man t nahe = 4.

Digitized by Google

Zweitens. In Hinsicht auf Gl. (4) muß bemerkt werden, daß, da $A - h_1$ der von außen auf den Spalt wirkende hydrostatische Druck ist, $x - (A - h_1)$ den inneren Ueberdruck über jenen äußeren Druck vorstellt. Ist dieser Spaltenüberdruck $= 0$, dann wird die ganze Gefällhöhe zur Erzeugung der Ausströmungsgeschwindigkeit c verwendet, es ist dann $c = \sqrt{2gh} = u$, und von dem hydrostatischen Druck wirkt Nichts auf das in's Rad übergetretene Wasser. Solches ist bei den Turbinen der Fall, welche man mit „Druckturbinen" bezeichnet.

Wenn dagegen $x - (A - h_1)$ einen positiven Werth annimmt, drückt das Oberwasser noch theilweise auf das Radwasser, und es ist dann $c < u$. Die unter solchen Druckverhältnissen arbeitenden Turbinen werden, der Reaction wegen, welche das im Rade befindliche Wasser auf das Wasser im Leitboden ausübt, Reactionsturbinen genannt.

Der Fall, in welchem der Spaltenüberdruck negativ wird, ist für die Anwendung nicht zu empfehlen.

Bedenkt man nun, daß bei den Druckturbinen der ganze zu Gebote stehende Druck des Wassers in Geschwindigkeit umgewandelt und wieder zum größten Theil in nutzbaren Druck gegen die Radschaufeln zurückverwandelt wird, und erwägt man, daß eine jede solche Umwandlung nicht ohne innere Arbeit oder Verlust an mechanischer Kraft des Wassers vor sich geht, so wird man den Reactionsturbinen in dieser Hinsicht den Vorzug einräumen, da bei denselben nur ein Theil des Gefälledruckes jener theilweisen zweimaligen Umwandlung unterworfen ist, während der andere Theil direct an dem auf die Schaufeln in deren Bewegungsrichtung wirkenden Gesammtdruck Antheil nimmt.

Wenngleich es sich hiernach darum handeln würde, die Ausflußgeschwindigkeit so weit als möglich zu vermindern, so kann dies mit Vortheil doch nur bis zu der Grenze geschehen, über welche hinweg andere daraus entspringende Nachtheile überwiegend werden. Jedenfalls wird für eine jede besondere Turbinengattung ein bestimmtes Verhältniß der Gefäll-

Digitized by Google

höhengeschwindigkeit zur Ausflußgeschwindigkeit sich als zweckmäßig ergeben.

Das Verhältniß der dem Gefälle h entsprechenden Geschwindigkeit u zu der Ausflußgeschwindigkeit c betrachten wir daher in der Folge als gegeben, und bezeichnen es der Kürze wegen mit m oder „Reactionsgrad“*). Also:

$$\frac{u}{c} = m \quad \ldots\ldots \quad (18)$$

oder

$$c = \frac{1}{m}\sqrt{2gh} \quad \ldots\ldots \quad (18a),$$

und wegen Gl. (17)

$$w = \frac{m}{t} \cdot c \quad \ldots\ldots \quad (19).$$

Durch Einsetzung dieses Werthes und des von v_a^2 aus Gl. (10) in die Gl. (15) hat man:

$$c_a = \left(\frac{m^2}{t^2} + \frac{A^2}{E^2}\,\frac{\sin^2(\beta-\alpha)}{\sin^2\beta}\right) c^2 \quad \ldots \quad (20).$$

Die Ausdrücke aus Gl. (18), (20), (11), (10) und (9) in die Gl. (8) eingesetzt und dieselbe durch c^2 dividirt, führt zu

$$m^2 = 1 + \frac{m^2}{t^2} - \frac{\sin^2\alpha}{\sin^2\beta} + \frac{\sin^2(\beta-\alpha)}{\sin^2\beta} \quad (21)$$

oder

$$m^2 \cdot \frac{t^2-1}{t^2} = 1 - \frac{\sin^2\alpha}{\sin^2\beta} + \frac{\sin^2(\beta-\alpha)}{\sin^2\beta} \quad (21a)$$

oder durch Anwendung der Formel

$$\sin^2 x - \sin^2 y = \sin(x+y) \cdot \sin(x-y)$$

$$m^2 \frac{t^2-1}{t^2} = 1 + \frac{\sin(\beta-2\alpha)}{\sin\beta} \quad \ldots \quad (21b).$$

oder

$$m^2 \frac{t^2-1}{t^2} = \frac{\sin\beta + \sin\beta\cos 2\alpha - \cos\beta\sin 2\alpha}{\sin\beta}$$

$$= \frac{2\cdot\sin\beta\cos^2\alpha - 2\cdot\cos\beta\sin\alpha\cos\alpha}{\sin\beta}$$

$$= \frac{2\cdot\sin(\beta-\alpha)\cos\alpha}{\sin\alpha} \quad \ldots\ldots \quad (21c)$$

und hieraus auch

---

*) G. Schmidt nennt es Charakteristik.

Digitized by Google

$$m^2 = \frac{t^2}{t^2-1} \sin 2\alpha \,(\operatorname{cotg}\alpha - \operatorname{cotg}\beta) \qquad (21\,d)$$

und

$$m^2 = \frac{2t^2}{t^2-1} \cos^2\alpha \,(1 - \operatorname{tg}\alpha \operatorname{cotg}\beta) \qquad (21\,e).$$

Ebenso allgemein lassen sich die Verhältnisse, in welchem die Geschwindigkeiten v_e, v_a, c_e und c_a zu u stehen, als Functionen von $\frac{A}{E}$, t, α und β darstellen.

Wenn man $\frac{u}{c}$ für m in die Gl. (21 a) resubstituirt, und dann für c den aus Gl. (9) sich ergebenden Werth einsetzt, so ergiebt sich nach der nöthigen Reduction

$$\frac{v_e^2}{u^2} = \frac{t^2-1}{2t^2} \frac{\sin(\beta-\alpha)}{\sin\beta\cos\alpha} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (22)$$

oder

$$= \frac{t^2-1}{2t^2} (1 - \operatorname{tg}\alpha \operatorname{cotg}\beta) \quad . \quad . \quad (22\,a)$$

und wegen $v_a = v_e \frac{A}{E}$:

$$\frac{v_a^2}{u^2} = \frac{A^2}{E^2} \frac{t^2-1}{2t^2} \cdot \frac{\sin(\beta-\alpha)}{\sin\beta\cos\alpha} \quad . \quad . \quad . \quad (23)$$

$$= \frac{A^2}{E^2} \frac{t^2-1}{2t^2} (1 - \operatorname{tg}\alpha \operatorname{cotg}\beta) \qquad (23\,a).$$

Wenn man ferner in den aus dem Parallelogramm der Geschwindigkeiten sich ergebenden Quotienten

$$\frac{c_e}{v_e} = \frac{\sin\alpha}{\sin(\beta-\alpha)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (24)$$

die Größe v_e in Gl. (22) einsetzt, wird

$$\frac{c_e^2}{u_2} = \frac{t^2-1}{2t^2} \cdot \frac{\sin^2\alpha}{\sin\beta\cos\alpha\sin(\beta-\alpha)} \quad . \quad . \quad (25).$$

Da man weiterhin Gl. (15)

$$c_a^2 = v_a^2 + \frac{u^2}{t^2}$$

schreiben kann, so ergiebt sich aus Gl. (23)

$$\frac{c_a^2}{u^2} = \frac{A^2}{E^2} \frac{t^2-1}{2t^2} \frac{\sin(\beta-\alpha)}{\sin\beta\cos\alpha} + \frac{1}{t^2} \quad . \quad . \quad (26)$$

$$= \frac{A^2}{E^2} \frac{t^2-1}{2t^2} (1 - \operatorname{tg}\alpha \operatorname{cotg}\beta) + \frac{1}{t^2} \qquad (26\,a).$$

Digitized by Google

Beziehungen des Winkels δ zu den Größen $\frac{A}{E}$, t, α und β findet man aus $\cos\delta = \frac{v_a}{c_a}$ in Verbindung mit den Gl. (23) und (26)

$$\frac{1}{\cos^2\delta} = 1 + \frac{E^2}{A^2}\,\frac{2}{t^2-1}\,\frac{\sin\beta\cos\alpha}{\sin(\beta-\alpha)} \quad . \quad . \quad (27),$$

und weil

$$\frac{v_a}{w} = \frac{v_a}{u}\,t = \operatorname{cotg}\delta$$

ist, aus Gl. (23) und (23a)

$$\operatorname{cotg}^2\delta = \frac{A^2}{E^2}\,\frac{t^2-1}{2}\,\frac{\sin(\beta-\alpha)}{\sin\beta\cos\alpha} \quad . \quad . \quad . \quad (27a)$$

$$= \frac{A^2}{E^2}\,\frac{t^2-1}{2}\,(1 - \operatorname{tg}\alpha\operatorname{cotg}\beta) \quad (27b).$$

Die bisherigen Gleichungen sind von der Bedingung, daß die Radzellen ganz gefüllt sind, und somit auch von den Dimensionen der Ein- und Austrittsöffnungen unabhängig. Um jene Bedingungen aber zur Geltung zu bringen, bezeichnen wir die lichte Radhöhe an der Ein- und Austrittsstelle mit e und a, und die pro Secunde durchströmende Wassermenge mit Q. Mit Rücksicht auf die Verengung, welche am Eintrittsumfang durch die Leit- und Radschaufeln, und welche beim Austritt durch die letzteren allein entsteht, multipliciren wir die vollen, ohne Acht auf die Schaufeldicken gemessenen Durchgangsöffnungen mit Coefficienten, welche sich durch die Verengungscoefficienten $\left(\frac{c}{e}\right)$ resp. $\left(\frac{a}{a}\right)$ ausdrücken, und zwar so, daß die Leitbodenöffnung $= \frac{c}{e} \cdot 2\pi E e \sin\alpha = 2\pi E c \sin\alpha$ und die Radöffnung am Austritt

$$= \frac{a}{a} \cdot 2\pi A a = 2\pi A a \text{ ist.}$$

Im Falle das Wasser bei seinem Austritt eine Contraction erleidet, muß derselben durch eine entsprechende Verkleinerung der Verengungscoefficienten Rechnung getragen werden. Es ist nun

$$Q = 2\pi E e \sin\alpha \cdot c \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (28)$$

und auch

Digitized by Google

$$Q = 2\pi A a . w \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (28a)$$

$$= 2\pi A a . \frac{u}{t} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (29),$$

daher

$$\frac{e}{a} = \frac{1}{t} \frac{A}{E} \frac{u}{c \sin \alpha}$$

$$= \frac{m}{t} \frac{A}{E} \frac{1}{\sin \alpha} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (30).$$

Eine sehr wichtige Beziehung läßt sich endlich noch aufstellen zwischen den Hauptabmessungen einer durchweg gefüllten Turbine durch eine Gleichung, in welcher nur diese Größen, nämlich α, β, δ, E, A, e und a, vorkommen.

Durch Vergleichung der Werthe in Gl. (28) und (28a) hat man:

$$E . e \sin \alpha . c = A . a w \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (31).$$

Vermöge Gl. (9) ist:

$$c = v_e \frac{\sin \beta}{\sin (\beta - \alpha)}$$

und aus Gl. (13) und (14) folgt:

$$w = v_e \operatorname{tg} \delta.$$

Substituirt man diese Werthe für c und w in Gl. (31), und nimmt man auch noch Rücksicht darauf, daß $\frac{v_e}{v_a} = \frac{E}{A}$ ist, so folgt weiter:

$$e . E^2 \frac{\sin \alpha \sin \beta}{\sin (\beta - \alpha)} = a . A^2 . \operatorname{tg} \delta \quad . \quad . \quad . \quad (32)$$

und nach gehöriger Umformung:

$$\frac{e . E^2}{a . A^2} \operatorname{cotg} \delta = \operatorname{cotg} \alpha - \operatorname{cotg} \beta \qquad (32a).$$

In einer anderen bemerkenswerthen Form tritt diese Gleichung auf, wenn man die Summe der freien Ausflußöffnungen im Leitboden und im Rad mit F_e und F_a bezeichnet, oder für Vollturbinen

$$F_e = 2\pi E e \text{ und}$$

$$F_a = 2\pi A a$$

setzt. Es ist dann

$$\frac{F_e E}{F_a A} \operatorname{cotg} \delta = \operatorname{cotg} \alpha - \operatorname{cotg} \beta \qquad (32b).$$

Nach einem Rückblick auf die Herleitung der Gl. (32a)

Digitized by Google

verdient hier hervorgehoben zu werden, daß sie ganz unabhängig besteht: vom Gefälle, der Aufschlagwassermenge, dem Reactionsgrad und dem theoretischen Wirkungsgrade; daß dagegen die Abmessungen einer jeden Turbine dieser Gleichung entsprechen müssen, wenn das Wasser

1) die Radschaufeln ohne Stoß treffen,
2) das Rad ganz ausfüllen und
3) dasselbe in radialer Richtung verlassen soll.*)

Leisten die Maße einer gegebenen Turbine der Gl. (32) nicht Genüge, so bleibt wenigstens eine dieser drei Bedingungen unerfüllt.

Nur die absolute Größe einer Turbine und ihre Umdrehungsgeschwindigkeit sind vom gegebenen Gefälle und Wasserquantum abhängig.

Dagegen als gegeben zu betrachten ist, wie sich zeigen wird, der Quotient $\frac{E}{A}$.

Unter dieser Voraussetzung enthält die Gleichung unter ihren fünf von einander unabhängigen Größen $\frac{E}{A}$, $\frac{e}{a}$, δ, α und β nur noch die vier letzteren als Unbekannte. Aber auch je zwei von diesen lassen sich als gegeben zu betrachtende Werthe einsetzen, oder substituiren durch das Geschwindigkeitsverhältniß t und den Reactionsgrad m, gestützt auf eine erfahrungsmäßige Annahme, oder wie später gezeigt werden wird, auf einen analytischen Ausdruck für den maximalen Wirkungsgrad. Der Werth einer der beiden noch übrigen Größen wird aus der constructiven Bedingung hervorgehen, welche man als zweckmäßig voranstellt. So wird häufig der Winkel α, seltener β oder δ, im Voraus bestimmt. Anderenfalls auch das Höhenverhältniß $\frac{e}{a}$ oder eigentlich $\frac{e}{a}$.

Es wird nun auch von der Natur der Aufgabe abhängen, welche der bisherigen Gleichungen man zur Entwickelung der letzten Unbekannten benutzt, nachdem die anderen Größen un-

*) In der Folge wird die Gl. (32a) in größerer Allgemeinheit ohne die Bedingung 3) aufgestellt werden.

Digitized by Google

mittelbar oder durch Bedingungsgleichungen gegeben sind. Geeignet hierzu sind zwar schon die Gl. (21), (27), (30) u. (32), aber in besonders übersichtlicher Weise lassen sich die wesentlichsten Constructionselemente in folgendem Ausdruck (34) zusammenfassen:

Durch Combination von Gl. (21 d) und (30) erhält man nämlich:

$$\frac{t^2-1}{2}\cdot\frac{e^2E^2}{a^2A^2}\cdot tg^2\alpha = 1 - tg\alpha\,\mathrm{cotg}\,\beta \qquad (33).$$

Durch Division dieser und der Gl. (27 b) ferner:

$$\frac{t^2-1}{2}\cdot\frac{e}{a} = \mathrm{cotg}\,\delta\,\mathrm{cotg}\,\alpha \;.\;.\;.\;.\;. \qquad (34),$$

$$t^2 = 2\frac{a}{e}\,\mathrm{cotg}\,\delta\,\mathrm{cotg}\,\alpha + 1 \;.\;.\;. \qquad (34a)$$

$$\frac{t^2}{t^2-1} = \frac{1}{2}\cdot\frac{e}{a}\,tg\,\delta\,tg\,\alpha + 1 \;.\;.\;. \qquad (34b).$$

Wenn man Gl. (32 a) mit Gl. (34 a, b) vergleicht und die Werthe von t in die Gl. (21 d), (22 a), (25) u. (26 a) setzt, so erhält man die Geschwindigkeitsverhältnisse

$$\frac{c}{u},\ \frac{v_e}{u},\ \frac{v_a}{u},\ \frac{c_e}{u} \text{ und } \frac{c_a}{u}$$

in Abmessungen der Turbine ausgedrückt. Vermittelst Gleichung (34 b) und (32) ist

$$m^2 = \frac{eE^2}{aA^2}\cdot\frac{2\,tg\,\alpha}{1+tg^2\alpha}\left(\mathrm{cotg}\,\delta + \frac{e}{2a}\,tg\,\alpha\right)$$

$$= \frac{eE^2}{aA^2}\,\mathrm{cotg}\,\delta\,\sin 2\alpha + \frac{e^2E^2}{a^2A^2}\,\sin^2\alpha \;.\;.\;. \qquad (34c),$$

und wegen Gl. (32 a)

$$m^2 = 2\cos^2\alpha - \mathrm{cotg}\,\beta\,\sin 2\alpha + \frac{e^2E^2}{a^2A^2}\,\sin^2\alpha \qquad (34d).$$

Die Werthe von $\frac{v_e}{u}$, $\frac{v_a}{u}$ und $\frac{c_e}{u}$ findet man auch durch Vergleich von Gleichung (34 c) und (34 d) mit Gl. (9), (10) und (11).

Substituirt man für $\mathrm{cotg}\,\delta$ in Gl. (34 c) seinen Werth aus Gl. (34), so kommt man zurück zu der primären Gleichung:

$$m = t\frac{eE}{aA}\,\sin\alpha \;.\;.\;.\;. \qquad (34e).$$

Digitized by Google

Wollte man irgend beliebige Werthe von m in die Gleichung (21 d) einführen, um mittelst dieses β zu eliminiren, so würde im Allgemeinen dieser erhaltene Ausdruck für eine leichte Uebersicht und Rechnung nicht einfach genug werden. Wir wählen daher für m lieber Abstufungen, welche sich durch einfache Beziehungen der Winkel α und β zu einander ergeben, ohne daß wir dadurch der Zweckmäßigkeit der Wahl einen nennenswerthen Abbruch thun.

Für eine Druckturbine, d. i. für $m = \frac{u}{c} = 1$, erhält man z. B. mit Hülfe von Gl. (21 b)

$$\sin(2\alpha - \beta) = \frac{1}{t^2} \sin\beta \quad . \quad . \quad . \quad (35)$$

und von Gl. (34 d)

$$2 \operatorname{cotg}\beta = \operatorname{cotg}\alpha + \left(\frac{n^2 E^2}{a^2 A^2} - 1\right) \operatorname{tg}\alpha \qquad (35\,a).$$

Da in allen Fällen der Praxis t so groß zu sein pflegt, daß $\sin(2\alpha - \beta)$ einem nur geringen Werth gleich ist, so läßt sich als ein besonderes Merkmal der Druckturbine hervorheben, daß annähernd $\alpha = \frac{1}{2} . \beta$ ist.

Der Charakter als Druckturbine geht nicht verloren, wenn man der Einfachheit wegen:

Erster Fall

$$\beta = 2\alpha$$

nimmt. Da $\sin(\beta - 2\alpha) = 0$ ist, folgt aus Gl. (21 b):

$$m^2 = \frac{t^2}{t^2 - 1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (36).$$

Ferner ist $\beta - \alpha = \alpha$ und $\sin(\beta - \alpha) = \sin\alpha$; auch $\sin\beta = \sin 2\alpha$, und deswegen aus Gl. (22):

$$\frac{v_e^2}{u^2} = \frac{t^2 - 1}{2t^2} \cdot \frac{1}{2\cos^2\alpha} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (37)$$

und

$$\frac{v_a^2}{u^2} = \frac{A^2}{E^2} \cdot \frac{t^2 - 1}{2t^2} \cdot \frac{1}{2\cos^2\alpha} \quad . \quad . \quad (37\,a).$$

Ferner aus Gl. (25) und (26)

$$\frac{c_e^2}{u^2} = \frac{t^2 - 1}{2t^2} \cdot \frac{1}{2\cos^2\alpha} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (38)$$

und

Digitized by Google

$$\frac{c_a^2}{u^2} = \frac{A^2}{E^2} \cdot \frac{t^2-1}{2t^2} \cdot \frac{1}{2\cos^2\alpha} + \frac{t}{t^2} \qquad (38a),$$

aus Gl. (27a)

$$\operatorname{cotg}^2\delta = \frac{A^2}{E^2} \cdot \frac{t^2-1}{2} \cdot \frac{1}{2\cos^2\alpha} \quad . \quad . \quad . \quad (39),$$

aus Gl. (30) vermittelst Gl. (36)

$$\frac{e^2}{a^2} = \frac{2}{t^2-1} \cdot \frac{A^2}{E^2} \cdot \frac{1}{2\sin^2\alpha} \quad . \quad . \quad . \quad (40),$$

aus Gl. (32) endlich:

$$\begin{aligned} \frac{e.E^2}{a.A^2} \operatorname{cotg}\delta &= \operatorname{cotg}\alpha - \operatorname{cotg} 2\alpha \\ &= \operatorname{cotg}\alpha - \frac{\operatorname{cotg}^2\alpha - 1}{2\operatorname{cotg}\alpha} \\ &= \frac{\operatorname{cotg}^2\alpha + 1}{2\operatorname{cotg}\alpha} \end{aligned}$$

oder

$$\frac{e.E^2}{a.A^2} \operatorname{cotg}\delta = \frac{1}{\sin 2\alpha} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (41).$$

Die Substitution dieses Ausdruckes in Gl. (34c) ergiebt:

$$m^2 = 1 + \frac{e^2E^2}{a^2A^2} \sin^2\alpha \quad . \quad . \quad . \quad (41a).$$

Eine Vergleichung von Gl. (38) mit Gl. (37) lehrt, daß bei Druckturbinen die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser im Rade seine Bewegung beginnt, gleich ist der entsprechenden Umfangsgeschwindigkeit, und ist die letztere nahezu gleich der Hälfte der Geschwindigkeit, welche der Gefällhöhe entspricht.

Für axiale Druckturbinen ist, wie aus einem Vergleiche von Gl. (38) und (38a) hervorgeht, die Geschwindigkeit am Ende der Radschaufeln beinahe gleich der am Anfange.

Für $m = 1$ ist $c_a = c_e$.

Es ist demnach nicht nur möglich, sondern auch zweckmäßig, die Durchgangsgeschwindigkeit durch die Radzellen constant zu machen.*)

Zweiter Fall

$$\beta = 90^0.**)$$

---

*) Siehe Bd. II, S. 204 d. Z.

**) Poncelet hat diesen Fall 1838 schon behandelt. Siehe „Comptes rendus des séances de l'Académie des sciences".

Digitized by Google

Wegen $\sin\alpha = 1$ folgt aus Gl. (21 b)

$$m^2 \frac{t^2-1}{t^2} = 1 + \sin 2\alpha$$

und

$$m^2 = \frac{2t^2}{t^2-1}\cos^2\alpha \quad \ldots\ldots \quad (42).$$

Weiterhin durch ähnliche Herleitungen, wie im ersten Fall,

$$\frac{v_a^2}{u^2} = \frac{t^2-1}{2t^2} \quad \ldots\ldots \quad (43),$$

$$\frac{v_a^2}{u^2} = \frac{A^2}{E^2}\cdot\frac{t^2-1}{2t^2} \quad \ldots\ldots \quad (43\,a),$$

$$\frac{c_a^2}{u^2} = \frac{t^2-1}{2t^2}\,tg^2\alpha \quad \ldots\ldots \quad (44),$$

$$\frac{c_a^2}{u^2} = \frac{A^2}{E^2}\,\frac{t^2-1}{2t^2} + \frac{1}{t^2} \quad \ldots \quad (44\,a),$$

$$\cot g^2\delta = \frac{A^2}{E^2}\,\frac{t^2-1}{2} \quad \ldots\ldots \quad (45),$$

$$\frac{e^2}{a^2} = \frac{2}{t^2-1}\,\frac{A^2}{E^2}\cot g^2\alpha \quad \ldots \quad (46),$$

$$\frac{eE^2}{aA^2}\cot g\,\delta = \cot g\,\alpha \quad \ldots\ldots \quad (47),$$

$$m^2 = 2\cos^2\alpha + \frac{e^2E^2}{a^2A^2}\sin^2\alpha \qquad (47\,a).$$

Wir haben es im vorliegenden Fall mit einer Reactionsturbine insofern zu thun, als in der Praxis die Verhältnisse so gewählt zu werden pflegen, daß ungefähr $m^2 = 2$, jedenfalls aber größer als 1 ist. Nach einer Construction des Verfassers gebaute Axialturbinen haben z. B.

$$\frac{E}{A} = 1; \quad \frac{e}{a} = 1;$$

folglich wegen Gl. (47) $\delta = \alpha$. Ferner im Mittel $tg\,\alpha = \frac{1}{3}$, also wegen Gl. (34 c)

$$m^2 = \frac{2\cdot\frac{1}{3}}{1+\frac{1}{3}}\left(3 + \tfrac{1}{2}\cdot\tfrac{1}{3}\right) = 1{,}9.$$

Dritter Fall

$$\beta = 90^\circ + \frac{\alpha}{2}.$$

Da auch $2\beta = 180 + \alpha$ und $\beta - \alpha = 180^\circ - \beta$ ist, so ist nicht nur

Digitized by Google

$\sin\beta = \cos\frac{\alpha}{2}$, sondern auch $\sin\alpha = \sin(\beta - \alpha)$, und deswegen aus Gl. (21 a)

$$m^2 \cdot \frac{t^2-1}{t^2} = 2 - \frac{4\sin^2\frac{\alpha}{2}\cos^2\frac{\alpha}{2}}{\cos^2\frac{\alpha}{2}}$$

$$= 2\left(1 - 2\sin^2\frac{\alpha}{2}\right),$$

daher

$$m^2 = \frac{2t^2}{t^2-1}\cos\alpha \quad \ldots \quad (48).$$

In ähnlicher Weise findet man:

$$\frac{v_e^2}{u^2} = \frac{t^2-1}{2t^2}\cdot\frac{1}{\cos\alpha} \quad \ldots \quad (49),$$

$$\frac{v_a^2}{u^2} = \frac{A^2}{E^2}\,\frac{t^2-1}{2t^2}\,\frac{1}{\cos\alpha} \quad \ldots \quad (49a),$$

$$\frac{c_e^2}{u^2} = \frac{t^2-1}{2t^2}\,\mathrm{tg}^2\alpha\,\frac{1-2\sin^2\frac{\alpha}{2}}{1-\sin^2\frac{\alpha}{2}}$$

$$= \frac{t^2-1}{2t^2}\,\mathrm{tg}^2\alpha\,\frac{\cos\alpha}{\cos^2\frac{\alpha}{2}}$$

$$= \frac{t^2-1}{2t^2}\cdot\frac{4\sin^2\frac{\alpha}{2}}{\cos\alpha} \quad \ldots \quad (50),$$

$$\frac{c_a^2}{u^2} = \frac{A^2}{E^2}\,\frac{t^2-1}{2t^2}\cdot\frac{1}{\cos\alpha} + \frac{1}{t^2} \quad \ldots \quad (50a),$$

$$\mathrm{cotg}^2\delta = \frac{A^2}{E^2}\,\frac{t^2-1}{2}\,\frac{1}{\cos\alpha} \quad \ldots \quad (51),$$

$$\frac{e^2}{a^2} = \frac{2}{t^2-1}\,\frac{A^2}{E^2}\,\frac{\cos\alpha}{\sin^2\alpha} \quad \ldots \quad (52).$$

Und weil $\mathrm{cotg}\,\beta = -\,\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}$ ist:

$$\frac{eE^2}{aA^2}\,\mathrm{cotg}\,\delta = \mathrm{cotg}\,\alpha + \mathrm{tg}\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{\sin\alpha} \quad (53),$$

$$m^2 = 2\cos\alpha + \frac{e^2E^2}{a^2A^2}\sin^2\alpha \quad \ldots \quad (53a).$$

Der gegenwärtige Fall verdient eine besondere Beachtung. Der Werth für c_e in Gl. (25) wird nämlich für $\beta = 90^\circ + \frac{\alpha}{2}$

Digitized by Google

ein Minimum. Untersucht man, was auf dasselbe herauskommt, für welchen Werth von β $\sin\beta \sin(\beta - \alpha)$ ein Maximum wird, und schreibt zu dem Behufe

$$\frac{d[\sin\beta \sin(\beta - \alpha)]}{d\beta} = 0 \text{ oder}$$

$$\cos\beta \sin(\beta - \alpha) + \cos(\beta - \alpha) \sin\beta = \sin(2\beta - \alpha) = 0,$$

so findet man entweder

$$2\beta - \alpha = 0,$$

oder was hier nur möglich ist:

$$2\beta - \alpha = 180^\circ.$$

Die zweite Ableitung ist $= 2\cos(2\beta - \alpha)$ und wird mit letzterem Winkel negativ. Demnach ist $\sin\beta \sin(\beta - \alpha)$ für $2\beta = 180^\circ + \alpha$ ein Maximum oder c. für $\beta = 90^\circ + \frac{\alpha}{2}$ ein Minimum.

Daß bei gegebener Gefällhöhe die relative Eintrittsgeschwindigkeit möglichst gering ausfällt, ist deshalb wichtig, weil dadurch die nicht ganz zu vermeidende Stoßwirkung des Wassers gegen die Schaufelenden, die Reibungswiderstände am Eintrittsumfang und die damit verbundenen Effectverluste ein Minimum werden.

Unter Hinweis auf Gl. (48) und (49) sei noch bemerkt, daß $v_e = c$ wird.

Eine nähere Betrachtung des Parallelogramms der Geschwindigkeiten für diesen Fall, in welchem die Halbirungslinie des Winkels α normal auf der Radschaufel steht, läßt ebenfalls erkennen, daß die Umfangsgeschwindigkeit gleich der Ausflußgeschwindigkeit ist.

Vierter Fall

$$\beta = 90^\circ + \alpha.$$

Wegen $\sin\beta = \cos\alpha$ und $\sin(\beta - \alpha) = 1$ folgt:

$$m^2 = \frac{2t^2}{t^2 - 1} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (54),$$

$$\frac{v_e^2}{u^2} = \frac{t^2 - 1}{2t^2} \cdot \frac{1}{\cos^2\alpha} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (55),$$

$$\frac{v_a^2}{u^2} = \frac{A^2}{E^2} \frac{t^2 - 1}{2t^2} \frac{1}{\cos^2\alpha} \quad \ldots\ldots \quad (55\,a),$$

Digitized by Google

$$\frac{c_e^2}{u^2} = \frac{t^2-1}{2t^2}\,tg^2\alpha \quad \ldots\ldots \quad (56),$$

$$\frac{c_a^2}{u^2} = \frac{A^2}{E_2}\,\frac{t^2-1}{2t^2}\,\frac{1}{\cos^2\alpha} + \frac{1}{t^2} \quad \ldots \quad (56\,a)$$

$$\operatorname{cotg}^2\delta = \frac{A^2}{E^2}\,\frac{t^2-1}{2}\,\frac{1}{\cos^2\alpha} \quad \ldots\ldots \quad (57),$$

$$\frac{e^2}{a^2} = \frac{2}{t^2-1}\,\frac{A^2}{E^2}\,\frac{1}{\sin^2\alpha} \quad \ldots\ldots \quad (58).$$

Und weil $\operatorname{cotg}\beta = -\operatorname{tg}\alpha$ ist:

$$\frac{e\,E^2}{a\,A^2}\operatorname{cotg}\delta = \operatorname{cotg}\alpha + \operatorname{tg}\alpha = \frac{2}{\sin^2\alpha} \quad (59),$$

$$m^2 = 2 + \frac{e^2E^2}{a^2A^2}\sin^2\alpha \quad \ldots\ldots \quad (59\,a).$$

Zu einer weiteren Bemerkung giebt dieser Fall, in welchem die Leitschaufeln rechtwinklig auf den Radschaufeln stehen, nicht Veranlassung.

Fünfter Fall

$$\beta = 90^0 + 2\alpha.$$

Es ist $\sin\beta = \cos 2\alpha$, $\sin(\beta - 2\alpha) = 1$, und da $\beta - \alpha = 90^0 + \alpha$ ist: $\sin(\beta - \alpha) = \cos\alpha$. Daher

$$m^2 = \frac{2t^2}{t^2-1}\,\frac{1+\cos 2\alpha}{2\cos 2\alpha}$$

$$= \frac{2t^2}{t^2-1}\,\frac{\cos^2\alpha}{\cos 2\alpha} \quad \ldots\ldots \quad (60),$$

$$\frac{v_e^2}{u^2} = \frac{A^2}{E^2}\,\frac{t^2-1}{2t^2}\,\frac{1}{\cos 2\alpha} \quad \ldots\ldots \quad (61),$$

$$\frac{v_a^2}{u^2} = \frac{A^2}{E^2}\,\frac{t^2-1}{2t^2}\,\frac{1}{\cos 2\alpha} \quad \ldots\ldots \quad (61\,a)$$

$$\frac{c_e^2}{u^2} = \frac{t^2-1}{2t^2}\,\frac{tg^2\alpha}{\cos 2\alpha}$$

$$= \frac{t^2-1}{2t^2}\,\frac{1-\cos 2\alpha}{(1+\cos 2\alpha)\cos 2\alpha} \quad \ldots \quad (62),$$

$$\frac{c_a^2}{u^2} = \frac{A^2}{E^2}\,\frac{t^2-1}{2t^2}\,\frac{1}{\cos 2\alpha} + \frac{1}{t^2} \quad \ldots \quad (62\,a),$$

$$\operatorname{cotg}^2\delta = \frac{A^2}{E^2}\,\frac{t^2-1}{2}\,\frac{1}{\cos 2\alpha} \quad \ldots\ldots \quad (63),$$

Digitized by Google

$$\frac{c^2}{a^2} = \frac{2}{t^2-1}\,\frac{A^2}{E^2}\,\frac{\operatorname{cotg}^2\alpha}{\cos 2\alpha}$$

$$= \frac{2}{t^2-1}\,\frac{A^2}{E^2}\,\frac{1+\cos 2\alpha}{(1-\cos 2\alpha)\cos 2\alpha} \qquad (64).$$

Und weil $\operatorname{cotg}\beta = -\operatorname{tg} 2\alpha$:

$$\frac{c\,E^2}{a\,A^2}\operatorname{cotg}\delta = \operatorname{cotg}\beta + \operatorname{tg} 2\alpha = \frac{\operatorname{cotg}\alpha}{\cos 2\alpha} \qquad (65),$$

$$m^2 = \frac{2}{1-\operatorname{tg}^2\alpha} + \frac{c^2E^2}{a^2A^2}\sin^2\alpha$$

$$= \frac{2\cos^2\alpha}{\cos 2\alpha} + \frac{c^2E^2}{a^2A^2}\sin^2\alpha$$

$$= \frac{1+\cos 2\alpha}{\cos 2\alpha} + \frac{c^2E^2}{a^2A^2}\,\frac{1-\cos 2\alpha}{2} \qquad (65a).$$

Betrachtet man β und t als gegeben, so wird für $\alpha = \frac{\beta - 90}{2}$ der Reactionsgrad m ein Maximum, oder was dasselbe ist, die Eintrittsgeschwindigkeit c ein Minimum.

Man hat nämlich aus Gl. (21 e):

$$\frac{d(m^2)}{d\alpha} = -\frac{2t^2}{t^2-1}(\sin 2\alpha + \operatorname{cotg}\beta\cos 2\alpha);$$

$\frac{d(m^2)}{d\alpha} = 0$ liefert $\operatorname{tg} 2\alpha = -\operatorname{cotg}\beta$, wie oben.

Die zweite Ableitung wird

$$= -\frac{4t^2}{t^2-1}\cdot\frac{1}{\sin\beta}, \text{ also negativ.}$$

Es muß hier darauf hingewiesen werden, daß im Allgemeinen, vergl. Gl. (21 c), m mit β wächst, wenn α einen constanten Werth hat.

Durch die vorliegenden analytischen Resultate sind wir nun in den Stand gesetzt, einen eingehenderen Vergleich über den motorischen Werth derjenigen Turbinen anzustellen, welche sich einestheils durch verschiedene Reactionsgrade, anderentheils durch die Art der Beaufschlagung von einander unterscheiden.

Die Druckturbinen bieten zwar schon den Vortheil einer möglichst geringen Radgeschwindigkeit dar; jedoch von noch größerer Erheblichkeit ist der Umstand, daß kein Spaltenüberdruck vorhanden ist. Während bei den Reactionsturbinen dieser Ueberdruck nur dadurch möglich ist, daß der ganze Rad-

Digitized by Google

umfang vom Leitboden eingeschlossen wird, weshalb dieselben auch als „Vollturbinen" gebaut werden müssen, braucht bei den Druckturbinen das Wasser nur an einem Theil des Radumfanges einzuströmen, und können diese daher „Partialturbinen" sein. Umgekehrt folgt hieraus auch, daß Partialturbinen nur als Druckturbinen gebaut werden dürfen. Wird Dies nicht beachtet, so tritt die Erscheinung ein, welche man bei solchen, auch Tangentialräder genannten Turbinen häufig zu beobachten Gelegenheit hat, daß nur ein Theil des Aufschlagwassers durch das Rad hindurch geht, während der andere Theil, zu nur theilweiser Wirkung gelangend, am Eintrittsumfang wieder ausspritzt.

In allen anderen Fällen, als in dem der partiellen Beaufschlagung, in welchem die ausschließliche Anwendung des Drucksystemes eine gebotene ist, treten die Vortheile desselben so sehr gegen seine Uebelstände zurück, daß die Druckturbinen nur als partiale zu empfehlen sind.*)

Zur Erzielung eines möglichst hohen Nutzeffectes ist es nothwendig, die schädlichen Widerstände möglichst zu vermeiden. Diese werden hervorgerufen: einestheils durch Reibung des Wassers an den Zellenwandungen, anderentheils durch Verschiebung der Wassertheilchen unter sich und der dadurch hervorgerufenen inneren Arbeit. Veranlassung zur letzteren Wirkung giebt nicht nur der Stoß, sondern überhaupt jede Geschwindigkeits- und Richtungsänderung des Wassers. Solche Aenderungen, soweit sie unvermeidlich sind, werden um so weniger nachtheilig sein, in je geringerem Maße und mit je größerer

*) Die Partialturbinen sind da am geeignetsten, wo bei hohem Gefälle und verhältnißmäßig geringer Wassermenge eine Vollturbine zu geringe Dimensionen, und eine für eine zweckmäßige Transmission zu große Umdrehungszahl erhalten würde. Ein anderer Vorzug ist der, daß sich leicht eine Schütze anbringen läßt, vermittelst deren das Aufschlagwasser beliebig vermindert werden kann, ohne daß der Wirkungsgrad wesentlich darunter leidet.

Eine innere Partialturbine ist Bd. V, S. 110, eine äußere Bd. V, S. 213 d. Z. näher beschrieben.

Digitized by Google

Gleichmäßigkeit sie stattfinden. Es wird also besonders darauf ankommen:

1) Die Durchflußgeschwindigkeiten, im Ganzen genommen, so gering wie möglich zu machen, da die Reibung in quadratischem Verhältniß mit der Geschwindigkeit wächst.

2) Jeden Stoß des Wassers zu vermeiden. Hierauf ist bisher schon Rücksicht genommen worden.

3) Durch Canäle von nicht zu starker, aber gleichmäßiger Convergenz die Durchflußgeschwindigkeit des Wassers möglichst wenig veränderlich zu machen.

4) Solche Systeme zu wählen, bei denen möglichst flache Schaufeln Anwendung finden, damit jede starke Krümmung der von den Schaufeln eingeschlossenen Wasserströme so weit wie thunlich vermieden wird.

Zu den Druckturbinen wieder zurückkehrend, muß nun bemerkt werden, daß bei denselben zwar die Geschwindigkeit v_1 kleiner, als in allen anderen Fällen ist; dagegen ist c am größten und c_1 auch noch größer, als im dritten Fall, so daß der ersten der so eben aufgestellten vier Bedingungen nicht Genüge geleistet wird. Der Bedingung sub 3) kann man allerdings in vollständigster Weise dadurch nachkommen, daß man die Radschaufeln nach der Mitte hin so dick macht, daß die Canäle einen nahezu oder ganz gleichförmigen Querschnitt annehmen*); ein, wenn auch nicht sehr erheblicher Uebelstand ist aber dann der, daß die Rück- und Vorderfläche der Schaufeln die Radumfänge nicht unter gleichen Winkeln schneiden. Am ungünstigsten stehen aber die Druckturbinen der Forderung 4) gegenüber, indem die Radschaufeln stark gekrümmt sein müssen,

*) Räder mit solchen Schaufeln hat der Verf. in Bd. II, S. 202 in Vorschlag und nachdem wiederholt in Ausführung gebracht. Hr. Ed. Hänel hat später Turbinen mit solchen Schaufeln — Rückschaufeln wie er sie nennt — gebaut und die Construction und die Versuche damit in Bd. V, S. 163 veröffentlicht. Auch in „Theorie und Bau der Rohrturbinen" von P. Rittinger wird dieser Art Schaufeln Erwähnung gethan, siehe Bd. V, S. 280 und Bd. X, S. 600 d. Z.

Digitized by Google

um aus der durch den spitzen Winkel β bedingten Richtung in die durch δ bestimmte überzugehen.

Zu den Reactionsturbinen übergehend, verdient der dritte Fall besonders hervorgehoben zu werden. Daß der Bedingung 2) am vollständigsten durch $\beta = 90^0 + \frac{\alpha}{2}$ Genüge geleistet wird, ist weiter oben schon angedeutet worden, und auch, daß der Reibungswiderstand am Eintrittsumfang mit c_a ein Minimum wird.

Die Frage, für welchen Werth von β die gesammten Reibungswiderstände ein Minimum werden, kann zwar auf analytischem Wege, wie es auch später geschehen wird, beantwortet werden, aber nur annähernd, da die Widerstandssumme sich immer nur als eine Function von Größen darstellen läßt, welche als nur näherungsweise richtige Versuchswerthe eingeführt werden können, und dabei unter theoretischen Voraussetzungen, welche mit der Wirklichkeit nur annähernd im Einklang stehen.

Es ist aber nicht nur c_a ein Minimum für $\beta = 90^0 + \frac{\alpha}{2}$, sondern auch das Product $c \cdot c_u \cdot c_a$ erweist sich für den Fall als kleinster Werth, daß man in dem Ausdruck (26 a) für $\frac{c_a^2}{u^2}$ $\frac{1}{t^2}$ als Summanden vernachlässigt. Es liefert dann die Multiplication von $\frac{c^2}{u^2}$, Gl. (21 d), und $\frac{c_a^2}{u^2}$ für

$$c \cdot c_a = u^2 \cdot \frac{A}{E} \cdot \frac{t^2 - 1}{2t} \cdot \frac{1}{\cos \alpha}$$

einen constanten Werth.

Streng genommen entspricht aber der Minimalwerth von $c \cdot c_a$, folglich auch der von $c \cdot c_u \cdot c_a$ einem noch etwas größeren β, indem dasjenige, um was c_a^2 zu klein angenommen wurde, relativ um so bedeutender ist, je kleiner man β nimmt.

Es mag nun der Schluß nicht mehr ganz ungerechtfertigt erscheinen, daß die aus den Geschwindigkeiten, deren extreme Werthe c, c_u und c_a sind, entspringenden Reibungswiderstände am geringsten für $\beta = 90^0 + \frac{\alpha}{2}$ bis $90^0 + \alpha$ ausfallen.

Digitized by Google

Es spielen aber auch noch die Reibung des Rades in seiner Wasserumgebung, sowie auch die Zapfenreibung unter den schädlichen Widerständen eine Rolle. Diese beiden Widerstände wachsen aber mit der Umdrehungsgeschwindigkeit v_u und auf Grund der Gl. (22a) mit β. Auch nimmt endlich mit β der Spaltendruck und somit die Menge des durch den Spalt verloren gehenden Wassers zu. In Folge dessen halten wir die Wahl von

$$\beta = 90^0 + \frac{\alpha}{2}$$

für die vortheilhafteste, trotzdem daß ein größeres β flachere Radschaufeln liefert.

Ueber die Anwendbarkeit höherer Reactionsgrade, als $\beta = 90^0 + \alpha$ entsprechend, wird erst bei Gelegenheit der Kreiselpumpen und Ventilatoren die Rede sein.

Den zweckmäßigsten Werth von

$$\frac{A}{E}$$

anlangend, muß mit Bezug auf Gl. (22) bis (26) bemerkt werden, daß v_u und c_u unabhängig von jenem Quotienten sind, daß dagegen v_u und c_u um so kleiner ausfallen, je kleiner $\frac{A}{E}$ ist.

Es sind also die äußeren Turbinen, mit Rücksicht auf die erste der vorhin gestellten Anforderungen, vortheilhafter, als die axialen oder gar die inneren Turbinen. Aber auch dadurch zeichnen sich die äußeren Turbinen vor den anderen aus, daß sie, der vierten Bedingung am meisten nachkommend, die flachesten Schaufeln erhalten. Doch dieser Punkt bedarf einer näheren Erörterung.

Das aus den Leitöffnungen austretende Wasser kann nur dadurch einen einseitigen Druck auf die Radschaufeln in der Richtung ihrer Bewegung ausüben, daß es durch sie von seiner Eintrittsrichtung abgelenkt wird, so daß der absolute Weg irgend eines Wassertheilchens eine krumme Linie ist, deren convexe Seite nach der Bewegungsrichtung hingekehrt ist. Wenn man sich aber ein solches Wassertheilchen in drei

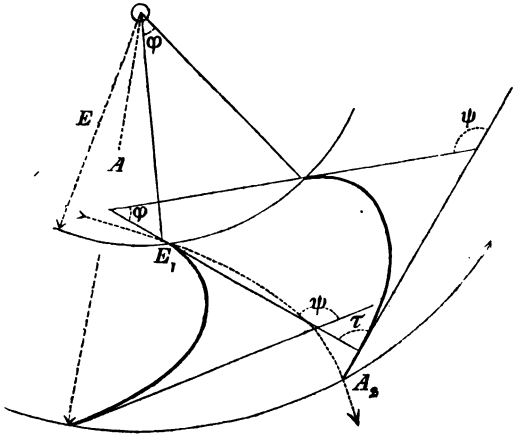
Digitized by Google

aufeinander folgenden Punkten seines absoluten Weges denkt, und die berührten Schaufelelemente in den jenen drei Punkten entsprechenden Lagen, so werden diese Punkte nur dann in einer geraden Linie nicht liegen, wenn jene drei Schaufelelemente nicht parallel mit einander sind; und zwar müssen die Spitzen der von ihnen gebildeten Winkel auf der concaven Seite der Curve liegen, welcher die drei Punkte angehören.

Oder denkt man sich anstatt der sämmtlichen Schaufelelemente, mit denen das Wassertheilchen der Reihe nach in Berührung kommt, ein einziges Element, welches mit dem Wassertheilchen fortschreitend in Berührung bleibt, und welches dieselbe Ablenkung ausüben soll, wie die Schaufel selbst, so wird solches nur dadurch möglich sein, daß das gedachte Schaufelelement durch Drehung sich fortgesetzt dem Wasserwege entgegenwendet.

Den Winkel, um welchen sich dieses Schaufelelement während des ganzen Weges dreht, wollen wir den Ablenkungswinkel nennen und mit τ bezeichnen. Es ist derselbe Winkel, welchen das erste Schaufelelement am Anfange des Wasserweges E_1 mit dem letzten Schaufelelement am Ende des Wasserweges A_2 bildet; siehe Fig. 3a, 3b und 3c.

Fig. 3a



Digitized by Google

Fig. 3b

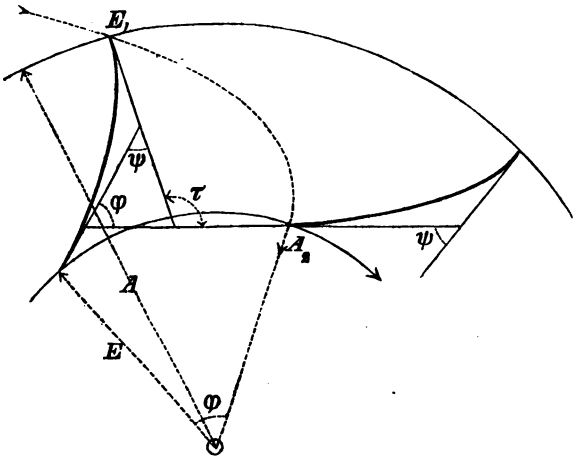
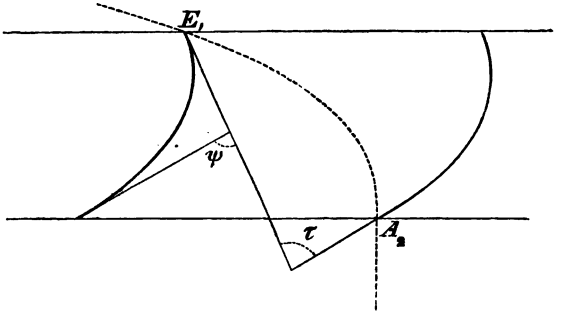


Fig. 3c



Ist ferner der äußere Winkel, welchen die Tangenten der beiden Schaufelenden mit einander bilden, und welcher der Krümmungswinkel heißen mag, gleich ψ, und derjenige Winkel, um welchen sich die Schaufel während des Durchganges eines Wassertheilchens dreht, der Drehungswinkel gleich φ, so ist für

$$\frac{E}{A} < 1, \quad \tau = \psi - \varphi;$$

Digitized by Google

$$\frac{E}{A} > 1, \quad \tau = \psi + \varphi;$$

$$\frac{E}{A} = 1, \quad \tau = \psi.$$

Hieraus ist ersichtlich, daß zur Erzeugung eines gegebenen Ablenkungswinkels bei den äußeren Turbinen ein kleinerer Krümmungswinkel ausreicht, als bei den inneren und axialen Turbinen. Die äußeren Turbinen entsprechen also auch der vierten, auf flache Schaufeln gerichteten Forderung am besten.

Selbstverständlich ist der Krümmungswinkel ψ für gerade Schaufeln $= 0$ und für convexe Schaufeln negativ. Diese beiden Arten von Schaufeln sind aber, wie die obigen Werthe für τ ausweisen, nur für äußere Turbinen möglich. Ein Beispiel einer Turbine mit geraden Radschaufeln ist in Fig. 7 (S. 42) gegeben. Daß eine solche Turbine oder gar eine mit convexen Schaufeln irgendwo schon zur Ausführung gelangt wäre, ist dem Verfasser nicht bekannt.

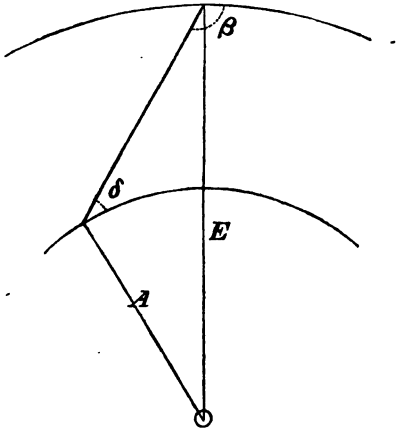
Als Bedingung ergiebt sich aus Fig. 4a, in welcher ist:

$$E : A = \sin(90 + \delta) : \sin(\beta - 90),$$

für eine gerade Schaufel

$$\frac{E}{A} \cdot \frac{-\cos\beta}{\cos\delta} = 1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (66);$$

Fig. 4a



Digitized by Google

aus Fig. 4b

$$\frac{E}{A} \cdot \frac{-\cos\beta_1}{\cos\delta} = 1.$$

Während absolut genommen

$$\cos\beta_1 \gtreqless \cos\beta$$

sein kann, ist aber algebraisch immer

$$\cos\beta > \cos\beta_1,$$

Fig. 4b

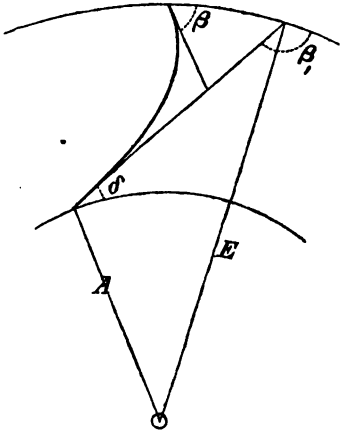
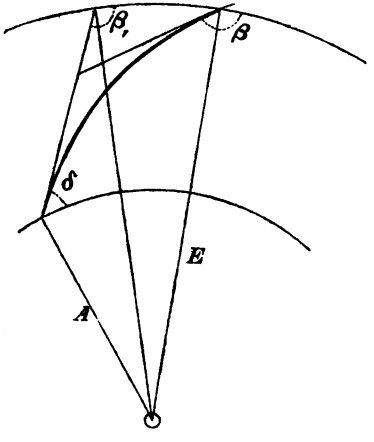


Fig. 4c



Digitized by Google

daher für eine concave Schaufel:

$$\frac{E}{A} \cdot \frac{-\cos\beta}{\cos\delta} < 1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (66a).$$

Und in ähnlicher Weise aus Fig. 4c (S. 29) für eine convexe Schaufel:

$$\frac{E}{A} \cdot \frac{-\cos\beta}{\cos\delta} > 1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (66b).$$

Die Form und Anzahl der Schaufeln ist nun zu bestimmen.

Wenngleich die Form, sei es der Leit- oder Radschaufeln, insofern eine ganz willkürliche ist, als jede Schaufel den bisher aufgestellten Bedingungen Genüge leistet, welche stetig gekrümmt ist und deren Enden mit den entsprechenden Umfängen die gegebenen Winkel α, β und δ bilden, so wird doch die Wahl unter all den möglichen Schaufelformen eine weit engere, wenn man sich zur Aufgabe stellt, jedes Wassertheilchen so zu leiten, daß sein Weg und seine Geschwindigkeit den theoretischen Voraussetzungen möglichst entsprechen, dabei aber auch im Auge zu haben, daß die hydraulischen Widerstände ein Minimum werden.

Unter allen Schaufeln, welche sich unter Zugrundelegung der gegebenen Neigungswinkel α, β und δ construiren lassen, bieten die kreisförmig gebogenen zwar die wenigst scharfe Krümmung und den geringsten Knieröhrenwiderstand dar, aber zur möglichst gleichförmigen Ablenkung des Wassers auf seinem absoluten Wege sind sie bei der der Reibung und Raumverengung wegen begrenzten Anzahl nicht so geeignet, als Schaufeln von ungleicher Krümmung.

Die Anfangsrichtung des absoluten Weges $E_1 A_2$, Fig. 3abc (S. 26), ist durch die Neigung der Leitschaufeln gegeben und von dem ersten Radschaufelelement unabhängig. Der Einfluß der folgenden Elemente auf den Wasserweg wächst bis zum Ende der Schaufel, und es muß, damit die Verschiebung der Wasserfäden gegen einander bei ihrem Austritt und der Unterschied ihrer Neigungswinkel auf ein Minimum reducirt wird, der von zwei benachbarten Schaufeln gebildete Canal nach seiner Mündung hin möglichst geringe

Digitized by Google

Krümmung und Convergenz haben. Zu dem Ende müssen die Schaufelenden schwach gekrümmt oder gerade auslaufen, und es muß bei der Bestimmung der Schaufelanzahl darauf Rücksicht genommen werden, insofern als in demselben Verhältniß die Convergenz vermindert, als die Anzahl der Schaufeln vermehrt wird.

Man wird daher die Schaufeln entweder nach einer Curve von stetig wachsendem Krümmungsradius formen, oder nach einer Curve, an welche sich ein Stück gerade Linie anschließt. Die Curve kann auch durch mehrere und im letzteren Falle durch ein oder mehrere Kreisbögen vertreten werden, welche nach Art der Korblinien zusammengesetzt sind.

Für die Construction einer Radschaufel, Fig. 5a, welche wiederum alle drei Fälle, $\frac{E}{A} \gtreqless 1$, repräsentiren soll, wird $\angle \beta$ an den Eintrittsumfang (E) angetragen, und dann ein concentrischer Kreis mit einem Halbmesser $= A \cos \delta$ gezogen. Dieser ist dann der Tangentialkreis des Winkels δ, da jede an ihn gelegte Tangente den Austrittsumfang (A) unter dem $\angle \delta$ schneidet.

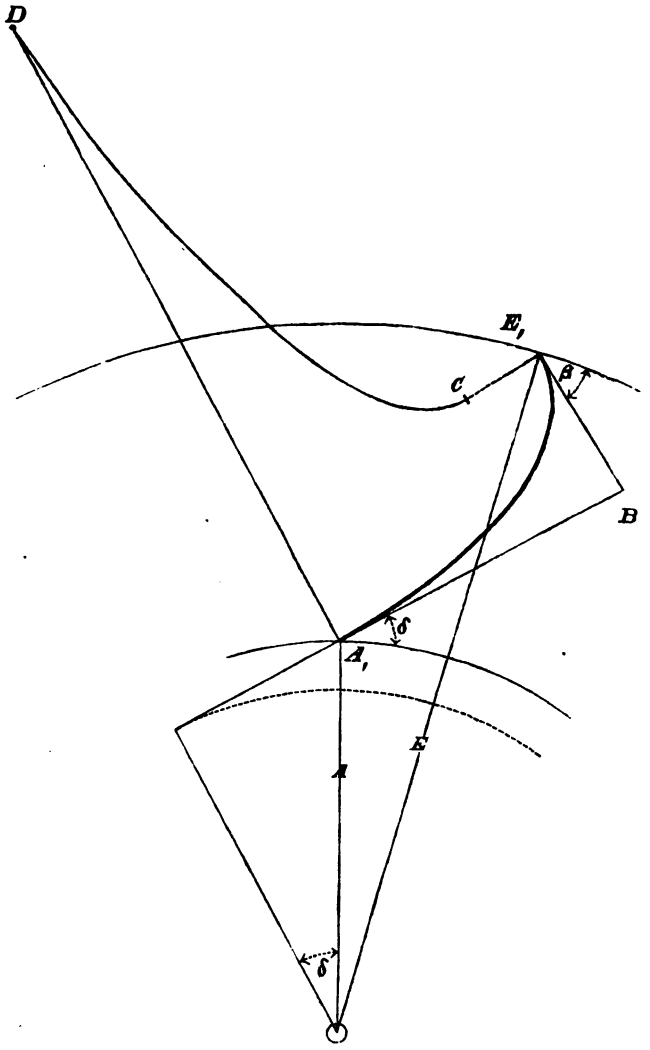
Es ist durch ein versuchsweises Verfahren nun leicht, eine Tangente so zu legen, daß von ihr ein Stück $A_1 B$ abgeschnitten wird, welches in irgend einem gegebenen Verhältniß zu dem Schenkelabschnitt $E_1 B$ steht.

Wenn man nun eine zu $E_1 B$ und $A_1 B$ in E_1 und A_1 tangentiale Curve construirt, so wird diese nur dann eine stetige Krümmungsabnahme von E_1 nach A_1 haben, wenn $E_1 B < A_1 B$ ist. Für $E_1 B = A_1 B$ würde die Curve in eine Kreislinie übergehen.

Wenn auch das Verhältniß der Krümmungshalbmesser $\frac{A_1 D}{E_1 C}$ durch den Quotienten $\frac{A_1 B}{E_1 B}$ im Allgemeinen noch nicht gegeben ist, so stimmen sie doch in ihren extremen Werthen mit einander überein, und es kann das Verhältniß $\frac{A_1 B}{E_1 B}$ der Construction der Schaufel ebenso gut zu Grunde gelegt werden, als das Krümmungsverhältniß selber. Auch die

Digitized by Google

Fig. 5a



Construction derjenigen Schaufelformen, welche aus zusammengesetzten Linien bestehen, kann man auf dasselbe Verhältniß $\frac{A_1 B}{E_1 B}$ basiren.

Digitized by Google

Die Bestimmung des vortheilhaftesten Quotienten $\frac{A_1B}{E_1B}$ anlangend, befindet man sich in einem der vielen, fast zur Regel sich gestaltenden Fälle, in welchen beim Mangel einer streng methodischen Behandlung ein Gutdünken an die Stelle treten muß, dem um so engere Grenzen gezogen sind, je eingehender und je mehr auf praktische Erfahrung gestützt alle Verhältnisse erwogen werden, welche auf das Endresultat von Einfluß sind.

Wir empfehlen in der Regel

$$\frac{A_1B}{E_1B} = 2$$

zu setzen.

Erst wenn das Gesetz vorhanden wäre, nach welchem die Krümmungsabnahme von E_1 nach A_1 zu erfolgen hätte, würde die Curve als gegeben zu betrachten sein. Die freie Bewegung, welche dem Constructeur bei der Wahl jenes Gesetzes gelassen werden müßte, wollen wir für denselben lieber in Anspruch nehmen bei einem, wenn auch ganz empirischen, doch viel leichteren und für die Praxis zu demselben Resultat führenden Verfahren.

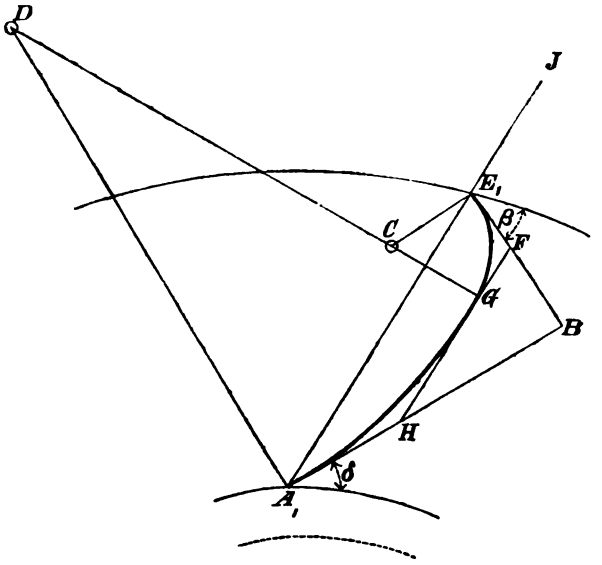
Wenn die Krümmungsabnahme, oder was dasselbe ist, die Zunahme der Krümmungshalbmesser der Curve E_1A_1 eine stetige sein soll, so kann sie als Evolvente irgend einer anderen Curve, ihrer Evolute, betrachtet werden. Die Evolute wird auf der Normalen E_1C ihren Anfangspunkt, etwa in C, und auf der Normalen A_1D ihren Endpunkt, etwa in D, haben. E_1C ist dann der Anfangs- und A_1D der Endkrümmungshalbmesser, und E_1C und A_1D sind Tangenten der Evolute in C und D. Außerdem ist aber auch die Länge derselben vermehrt um CE_1 gleich DA_1. Man wird nun so lange die Punkte C und D auf den beiden Endnormalen wiederholt versuchsweise annehmen und dazwischen Curven aus freier Hand construiren müssen, bis man eine solche erhält, welche den gestellten Bedingungen Genüge leistet.

Die Zusammensetzung der Schaufelform aus zwei Kreisbögen kann wie folgt geschehen.

Es sei wieder $\frac{A_1B}{E_1B} = 2$, Fig. 5b.

Digitized by Google

Fig. 5b



Die beiden Kreisbögen mögen in einem Punkt G so zusammentreffen, daß ihre gemeinschaftliche Tangente FH parallel mit E_1A_1 ist. Es muß dann sein:

$$E_1F = GF$$

und

$$A_1H = GH,$$

daher

$$E_1F + A_1H = FH;$$

der Parallelität von FH und E_1A_1 wegen ist:

$$\frac{E_1F}{A_1H} = \frac{E_1B}{A_1B},$$

auch

$$\frac{FH}{E_1A_1} = \frac{A_1B - A_1H}{A_1B},$$

oder was dasselbe ist:

$$\frac{E_1F + A_1H}{E_1A_1} = \frac{A_1B - A_1H}{A_1B};$$

durch Substitution des Ausdruckes $A_1H\frac{E_1B}{A_1B}$ für E_1F folgt:

Digitized by Google

$$A_1H = \frac{A_1B \times E_1A_1}{A_1B + BE_1 + E_1A_1}.$$

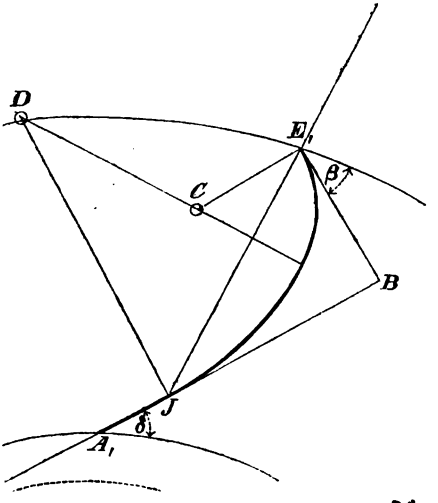
Auf Grundlage dieses Ausdruckes läßt sich nun A_1H dadurch construiren, daß man die Strecke $A_1J = A_1B + BE_1 + E_1A_1$ nimmt. Eine Linie durch E_1, parallel mit JB gezogen, schneidet alsdann A_1B in dem verlangten Punkt H.

Zieht man nun HF parallel A_1E_1, halbirt man ferner die Winkel A_1HF und E_1FH, und errichtet die Normalen A_1D und E_1C, so erhält man in den Durchschnitten der Letzteren mit den Halbirungslinien HD und FC in D und C die Mittelpunkte der Bögen A_1G und E_1G.

Der Umstand, daß der Krümmungshalbmesser CE_1, Fig. 5a, kleiner als der Radius CE_1, Fig. 5b, und daß der Krümmungshalbmesser A_1D, Fig. 5a, größer als der Radius A_1D, Fig. 5b, ist, ist der leichteren Auffindung der Endpunkte der Evolute wegen bemerkenswerth.

Soll das Ende der Schaufel ein gerades Stück, etwa wie A_1J in Fig. 5c sein, so wird, nachdem der Uebergangspunkt J aus der Curve in die gerade Strecke auf A_1B angenommen worden ist, die Schaufelform ebenso zwischen die

Fig. 5c



Digitized by Google

Punkte J und E_1 gelegt, wie in den beiden vorhergehenden Fällen zwischen A_1 und E_1.

Die Construction der Leitschaufeln ist im Wesentlichen dieselbe, wie die der Radschaufeln. Das Wasser strömt dem Leitboden in radialer, resp. axialer Richtung zu, und soll durch die Leitschaufeln bis zu einer Neigung gegen den Radumfang abgelenkt werden, welche durch den Winkel α vorgeschrieben ist, also im Ganzen um $(90 - \alpha)^0$.

In die Schenkel dieses Winkels ist nun die Leitschaufel hineinzulegen, wobei wiederum der äußere Schenkel LK, Fig. 6, kürzer zu machen ist, als der innere Schenkel KE_1, und zwar aus ganz denselben Gründen, wie sie bei der Construction der Radschaufeln geltend gemacht worden sind, und mit Rücksicht darauf, daß auch die Austrittsenden der Leitschaufeln einen weit erheblicheren Antheil an der Wasserführung haben, als die Eintrittsenden. Die Letzteren können daher auch ohne Nachtheil von der radialen (resp. axialen) Richtung so viel abweichen, daß die Schaufel flacher als $(90 - \alpha)^0$, oder auch wohl ganz gerade wird, wie in Fig. 7, S. 19. Häufig läßt man in einem Leitboden verkürzte und unverkürzte Schaufeln abwechselnd aufeinander folgen.

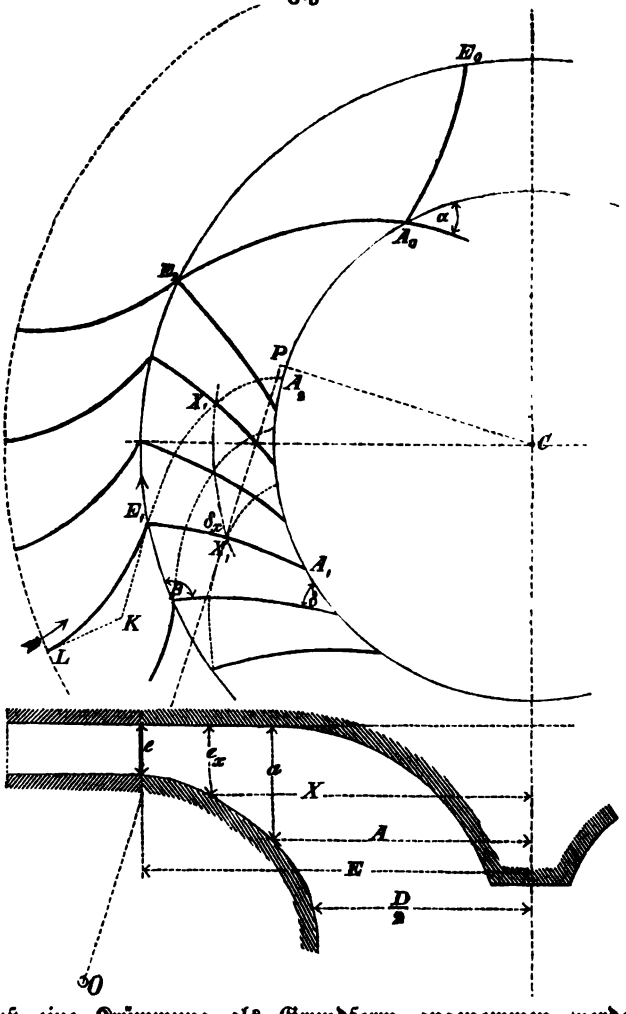
Die aus convexen und geraden Flächen zusammengesetzte Form der Leitschaufeln des Prof. C. Fink, Bd. VIII, Taf. VI, ist durch die in ihrem Drehpunkte nöthige Anschwellung bedingt. Die Leitschaufeln der Martin'schen, Bd. V, S. 111, und der Thomson'schen, Bd. VII, S. 325, Turbinen sind ihrer geringen Anzahl wegen convex.

Sowohl die Rad- als auch die Leitschaufeln werden meistens aus Eisenblech angefertigt, so daß die Vorder- und Hinterseite einer Schaufel Parallelflächen sind. Es empfiehlt sich, von diesen beiden Flächen der Vorderfläche, d. i. der Fläche, die construirte Krümmung zu geben, welche an der den Winkeln α, β und δ entgegengesetzten Seite liegt.

Bei Schaufeln von ungleicher Dicke, wie z. B. bei den Radschaufeln der Hänel'schen Axialturbine, Bd. V, Taf. XIX, oder bei den Leitschaufeln der Fink'schen Turbine,

Digitized by Google

Fig. 6



muß eine Krümmung als Grundform angenommen werden, welche zwischen der Vorder- und Hinterfläche die Mitte hält.

Die zweckmäßigste Anzahl der Leit- und Radschaufeln allgemein durch Rechnung zu finden, sind wir nicht im Stande, da die zu suchende Größe von mancherlei Einflüssen abhängig ist, die sich einer analytischen Ausdrucksweise entziehen.

Digitized by Google

So spricht z. B. für eine größere Schaufelzahl der Umstand, daß durch dieselbe die Convergenz der Leit- und Radcanäle eine geringere wird, wodurch die einzelnen Wasserelemente hinsichtlich ihres Weges und ihrer Geschwindigkeit gleichmäßiger geleitet werden und dadurch vollständiger zur Wirkung gelangen.

Eine geringere Schaufelzahl dagegen bietet weniger Reibungsfläche und eine geringere Stoßfläche der Schaufelkanten dem Wasser dar. Auch wird weniger Raum durch die Schaufeln versperrt, und die Turbine fällt kleiner und leichter aus. Endlich wird der größeren Zwischenräume wegen ein Verstopfen durch fremde Körper eher vermieden.

Es scheint uns besonders auf das Verhältniß der mittleren Weite der Canäle zu deren Länge anzukommen, oder was greifbarer und nahezu dasselbe ist: auf das Verhältniß der mittleren Entfernung zweier benachbarter Schaufeln zu der Kranzbreite.

Danach müßte, unter

Z die Anzahl der Radschaufeln

verstanden,

$\frac{\frac{\pi(E+A)}{Z}}{E-A}$ gleich einer für alle Radialturbinen constanten Zahl,

oder wenn man schreibt:

$$Z = \xi \frac{E+A}{E-A} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (67),$$

ξ ein constanter Coefficient sein.

Schreiber Dieses hat für einen ganz speciellen Fall, Bd. II, S. 210 d. Z., den Coefficienten ξ durch Rechnung zu bestimmen versucht und $\xi = 5$ bis $5{,}5$ gefunden.

Wiederholte Vergleiche mit guten Turbinen der verschiedensten Gattungen ergaben jedoch meistens $\xi = 6{,}5$ nahezu.

Wir empfehlen $\xi = 6$, also

$$Z = 6 \frac{E+A}{E-A} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (68)$$

anzunehmen.

Ist der mittlere Halbmesser des Rades einer Axial-

Digitized by Google

turbine = R und die Radhöhe = B, so ist 2R anstatt E + A und B anstatt E — A zu setzen. Also

$$Z = \xi . \frac{2R}{B} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (67a)$$

beziehlich

$$Z = 6 . \frac{2R}{B} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (68a).$$

Die Anzahl der Leitschaufeln (N) wird entweder gleich der der Radschaufeln und dabei

die Kranzbreite des Leitbodens = 0,6 (E — A)

angenommen, oder man wählt eine geringere Zahl von Leitschaufeln, denen man dann eine verhältnißmäßig größere Länge giebt. Bei Axialturbinen ist die Höhe des Leitbodens dasselbe, was bei Radialturbinen die Kranzbreite ist. Ob es vortheilhaft ist, eine so geringe Zahl, vier Stück nämlich, von Leitschaufeln zu nehmen, wie es bei den vorhin schon erwähnten äußeren Turbinen von Martin und Thomson der Fall ist, kann hier nicht entschieden werden.

Erst jetzt, nachdem die Gestalt und Anzahl der Radschaufeln festgestellt ist, können die Verhältnisse der lichten Höhen zwischen den Radkränzen in deren ganzer Breite bestimmt werden. Nur das Verhältniß der äußeren Höhen $\frac{a}{e}$ ist bisher in Betracht gezogen worden.

Wir gehen von der Voraussetzung aus, daß die zu der Bewegungsrichtung des Wassers normalen Canalquerschnitte in umgekehrtem Verhältniß zu den Geschwindigkeiten an den betreffenden Stellen stehen; was nur bei frei gehenden Druckturbinen nicht durchaus nothwendig ist, da die Zellen derselben nicht ganz gefüllt zu sein brauchen.

Um die lichte Höhe e_x, Fig. 6, an irgend einer dem Radius X zugehörigen Stelle zu finden, bestimmt man zunächst die Geschwindigkeit c_x, mit welcher das Wasser an der gedachten Stelle durch den Canal strömt. Sie wird derart sein müssen, daß die Geschwindigkeit von c_a bis c_e gesetzmäßig, etwa mit den Quadraten der zurückgelegten Wege sich ändert.

Unter y die Länge der Schaufel bis zum Punkt x und

Digitized by Google

unter l die ganze Länge verstanden, wird jener Voraussetzung zufolge sein müssen:

$$c_x = \frac{y^2}{l^2}(c_a - c_e) + c_e \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (69).$$

Ist nun ferner der Neigungswinkel der Schaufel $= \delta_x$ und ihre Dicke σ_x, so ist:

$$\text{der Canalquerschnitt} = \frac{2\pi X}{Z} \sin \delta_x - \sigma_x,$$

während er an der Austrittsstelle

$$= \frac{2\pi A}{Z} \sin \delta - \sigma_a$$

ist, unter σ_a und σ_e die Schaufeldicke an der Aus- und Eintrittsstelle verstanden. Nun muß aber sein:

$$e_x \left(\frac{2\pi X}{Z} \sin \delta_x - \sigma_x\right) c_x = a \left(\frac{2\pi A}{Z} \sin \delta - \sigma_a\right) c_a,$$

also:

$$e_x = a \frac{2\pi A \sin \delta - \sigma_a Z}{2\pi X \sin \delta_x - \sigma_x Z} \cdot \frac{c_a}{c_x} \quad . \quad . \quad . \quad (70)^*).$$

Man hat also, um l_x zu finden, c_e und c_a aus Gl. (25) und (26) durch Rechnung, und y und l durch directe Messung zu ermitteln, und dann vermittelst Gl. (69) c_x behufs Substitution in Gl. (70) zu berechnen. Der Winkel δ_x kann ebenfalls nur durch unmittelbare Messung erhalten werden.

Wenn, was wie schon oben bemerkt wurde, in der Regel der Fall ist, die Schaufeln aus Eisenblech angefertigt werden, erhalten sie eine gleichförmige Dicke, und es ist dann

$$\sigma_x \text{ und } \sigma_a = \sigma_e.$$

Die Schaufeln müssen so stark sein, daß nicht nur durch den Wasserdruck ein Durchbiegen nicht möglich ist, sondern daß auch ihre Verbindung mit den Radkränzen eine so feste ist, daß die Steifigkeit des ganzen Systemes dem Drehungsmoment gegenüber eine genügende ist.

---

*) Unter Umständen wird e_x in der Mitte des Radkranzes ein Minimum. Will man die dadurch entstehende Einschnürung des Radquerschnittes vermeiden, so muß man σ_x so veränderlich machen, daß die Radschaufel in der Mitte dick wird und sich nach den Enden hin zuspitzt. Es entstehen auf diese Weise die Seite 102, Zeile 8 erwähnten „Rückschaufeln" genannten Radschaufeln.

Digitized by Google

Es ist wohl leicht begreiflich, daß eine allgemein gültige Formel für die Schaufeldicke nicht aufgestellt werden kann, daß die Wahl derselben vielmehr in jedem besonderen Fall dem subjectiven Ermessen des Constructeurs anheim gegeben bleiben muß. Bei Turbinen von 1 bis 10 Fuß äußerem Durchmesser macht man die Leit- und Radschaufeln $\frac{3}{32}$ bis $\frac{3}{8}$ Zoll stark.

Was das Verhältniß $\frac{E}{A}$ anlangt, so ist dasselbe entweder durch Bedingungen gegeben, welchen eine zu entwerfende Turbine entsprechen soll und welche, durch Gleichungen ausgedrückt, eine Berechnung ermöglichen, oder die Festsetzung von $\frac{E}{A}$ muß wieder eine gutachtliche sein. In diesem Falle entspricht

$$\frac{E}{A} = \frac{2}{3},$$

in der Regel recht gut den zu stellenden Anforderungen.

Bestimmung des Durchmessers der Turbinen. Wir wollen zunächst den Halbmesser A einer äußeren Vollturbine ermitteln.

Das Wasser geht nach seinem Austritt aus der annähernd horizontalen Richtung in die verticale über, und muß ihm ein Durchgangsquerschnitt dargeboten werden, welcher gleich der auf die radiale Ausströmung bezogenen Austrittsöffnung des Rades ist, wenn man die Nachtheile einer plötzlichen Querschnittsänderung vermeiden will. Demnach muß das Abflußrohr, Fig. 6 und 7, einen freien Querschnitt haben, welcher $= \left(2\pi A - \frac{\sigma_a Z}{\sin \delta}\right) a$ ist. Der innere Durchmesser des Rades muß aber größer als der des Rohres sein, theils um dem Wasser einen bogenförmigen Abfluß zu gestatten, theils um Raum für das Spurlager zu erübrigen.

Oder was dasselbe ist, es muß sein:

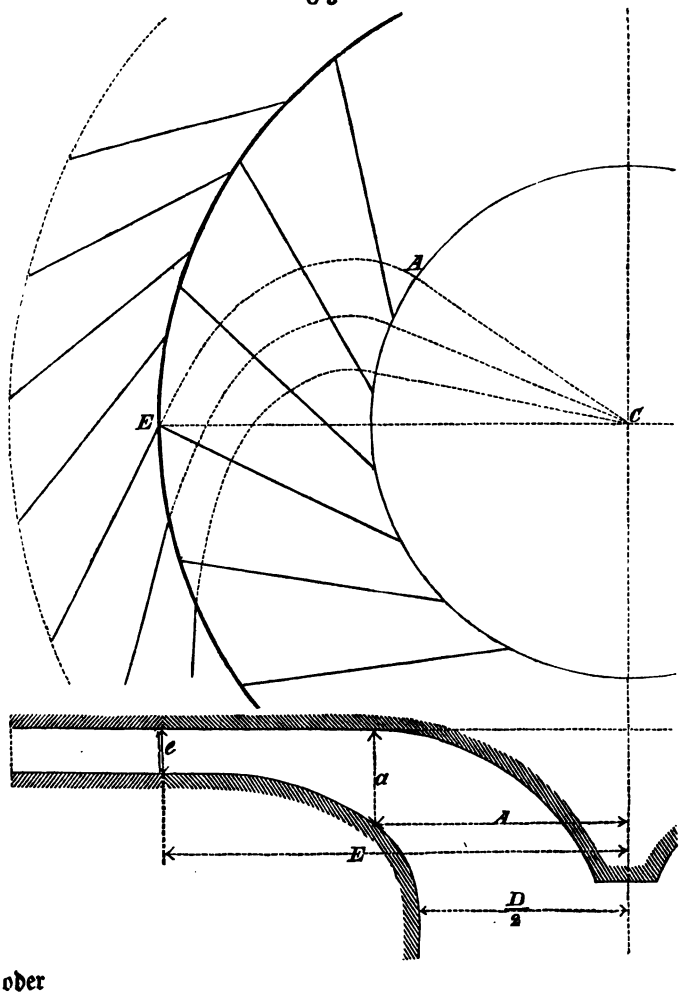
$$\pi A^2 > \left(2\pi A - \frac{\sigma_a Z}{\sin \delta}\right) a.$$

Im Allgemeinen läßt sich dafür schreiben

$$\pi A^2 = \vartheta \cdot \pi A \cdot a$$

Digitized by Google

Fig. 7



oder

$$A = \vartheta \,.\, a \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (71).$$

Der gestellten Anforderung leistet man in der Regel Genüge durch:

$$\vartheta = 3$$

oder

$$A = 3 \,.\, a \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (71\,a).$$

Digitized by Google

Bei Partialturbinen wird der Coefficient ϑ größer angenommen. Dadurch wird natürlich auch der Raddurchmesser größer, was aber dem Zweck einer partiellen Wasserzuführung durchaus nicht entgegen ist. Er ist im Wesentlichen dieser: den Turbinen bei geringer Wassermenge einen größeren Durchmesser und eine kleinere Umdrehungszahl zu geben, als dieselben als Vollturbinen haben würden.

Bei inneren Turbinen nimmt das Wasserzuführungsrohr ebenso viel Raum ein, als das Abflußrohr der äußeren Turbinen, und sind daher im Allgemeinen dieselben Durchmesser anwendbar.

Die Rad- und Leitschaufeln der Axialturbinen pflegen so construirt zu werden, daß sämmtliche zur Axe normalen Querschnitte radial gerichtet sind, woraus dann folgt, daß die Bewegung des Wassers nur in einer bestimmten, etwa der mittleren Entfernung von der Axe den bisher gestellten Anforderungen entspricht. Die Differenzen nach dem inneren und äußeren Radmantel hin werden nun zwar um so geringer und um so weniger nachtheilig, je kleiner die mittlere Radweite $\frac{e+a}{2}$ im Verhältniß zu dem mittleren Halbmesser R wird; um so größer werden aber dagegen die der Wasserreibung sich darbietenden Flächen, die Kosten der Herstellung der Turbine und der Raum, welchen sie in Anspruch nimmt. Als zweckmäßig mögen

$$R = 2 . \frac{e+a}{2} \text{ bis } 2{,}5 . \frac{e+a}{2} \quad . \quad . \quad . \quad (71\,b)$$

und die Radhöhe

$$B = \tfrac{1}{2} R \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (72)$$

angenommen werden.

Zu den äußeren Turbinen wieder zurückkehrend, ergiebt sich der Halbmesser A ohne Weiteres aus Gl. (29), nachdem man

$$\alpha = a \left(\frac{\alpha}{a}\right)$$

und wegen Gl. (71)

$$\alpha = \frac{A}{\vartheta} \left(\frac{\alpha}{a}\right)$$

gesetzt hat. Es ist:

Digitized by Google

$$A^2 = \frac{\vartheta}{2\pi}\left(\frac{a}{a}\right)\cdot\frac{t}{u}Q \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (73),$$

$$a^2 = \frac{1}{2\pi\vartheta}\left(\frac{a}{a}\right)\frac{t}{u}Q \quad . \quad . \quad . \quad (73a)$$

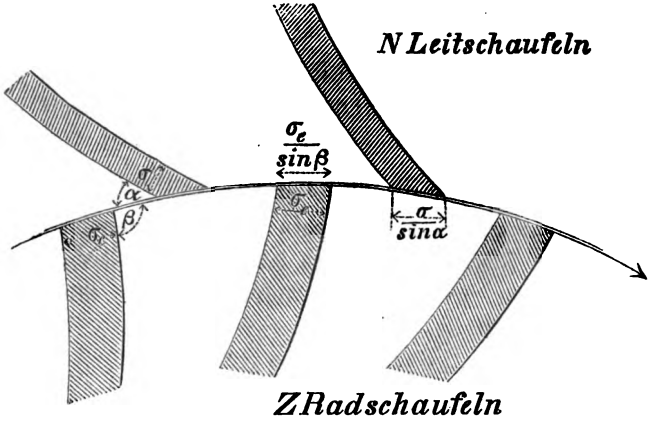
und aus Gl. (30)

$$e^2 = \frac{A^2}{E^2}\cdot\frac{m^2\left(\frac{a}{a}\right)Q}{2\pi\vartheta\sin^2\alpha\left(\frac{e}{e}\right)^2 t.u} \quad . \quad (73b).$$

Von den rechtsseitigen Größen der drei letzten Gleichungen sind noch die Verengungscoefficienten $\left(\frac{e}{e}\right)$ und $\left(\frac{a}{a}\right)$ unbekannt. Sie ergeben sich aber wie folgt:

Betrachtet man eine der Radschaufeln, Fig. 8, hinsichtlich ihrer Lage zu einer Leitschaufel, und verfolgt man dieselbe

Fig. 8



während ihrer Bewegung bis zur folgenden Leitschaufel, d. h. während sie den Weg $\frac{2\pi E}{N}$ zurücklegt, so wird die übrigbleibende freie Oeffnung,

1) so lange die Leitschaufel die Radschaufel ganz deckt, also während des Weges

$$\frac{\sigma}{\sin\alpha} - \frac{\sigma_e}{\sin\beta} \text{ noch } 2\pi E - \frac{N\sigma}{\sin\alpha}$$

sein. (Hierbei ist der Einfachheit wegen die lichte Radhöhe $e = 1$ angenommen.)

Digitized by Google

2) Von da, bis die eine Schaufel die andere ganz verläßt, also während des Weges $\frac{\sigma_0}{\sin\beta}$, ist die freie Oeffnung von

$$2\pi E - \frac{N\sigma}{\sin\alpha} \text{ bis } 2\pi E - \frac{N\sigma}{\sin\alpha} - \frac{Z\sigma_0}{\sin\beta}$$

abnehmend und im Mittel:

$$2\pi E - \frac{N\sigma}{\sin\alpha} - \frac{1}{2}\frac{Z\sigma_0}{\sin\beta}.$$

3) Während des Weges, auf dem die Schaufeln sich gar nicht berühren,

$$\frac{2\pi E}{N} - \frac{\sigma}{\sin\alpha} - \frac{\sigma_0}{\sin\beta},$$

bleibt die freie Oeffnung

$$2\pi E - \frac{N\sigma}{\sin\alpha} - \frac{Z\sigma_0}{\sin\beta}.$$

4) Vom Zusammentreffen der Schaufeln bis zur vollständigen Deckung derselben, wie 2).

Die veränderliche freie Oeffnung ist daher im Mittel:

$$= \frac{\left(\frac{\sigma}{\sin\alpha} - \frac{\sigma_0}{\sin\beta}\right)\left(2\pi E - \frac{N\sigma}{\sin\alpha}\right) + 2\cdot\frac{\sigma_0}{\sin\beta}\left(2\pi E - \frac{N\sigma}{\sin\alpha} - \frac{1}{2}\frac{Z\sigma_0}{\sin\beta}\right) + \left(\frac{2\pi E}{N} - \frac{\sigma}{\sin\alpha} - \frac{\sigma_0}{\sin\beta}\right)\left(2\pi E - \frac{N\sigma}{\sin\alpha} - \frac{Z\sigma_0}{\sin\beta}\right)}{\frac{2\pi E}{N}}$$

Digitized by Google

und nach gehöriger Einrichtung

$$= 2\pi E - \frac{N\sigma}{\sin\alpha} - \frac{Z\sigma_s}{\sin\beta} + \frac{1}{2\pi E} \cdot \frac{N\sigma}{\sin\alpha} \cdot \frac{Z\sigma_s}{\sin\beta}.$$

Vergleicht man diese freie Oeffnung mit dem totalen Querschnitt $2\pi E$, so erhält man den **Verengungscoefficienten**.

$$\frac{e}{e} = 1 - \frac{N\sigma}{2\pi E . \sin\alpha} - \frac{Z\sigma_s}{2\pi E . \sin\beta} + \frac{N\sigma}{2\pi E . \sin\alpha} \cdot \frac{Z\sigma_s}{2\pi E . \sin\beta} \quad (74).$$

Hieraus läßt sich folgende allgemeine Regel für zwei fortschreitend übereinander gleitende unterbrochene Oeffnungen herleiten:

Als Maßeinheit die Totalöffnung genommen, ist die mittlere freie Oeffnung gleich Eins, minus der Summe der beiden Unterbrechungen, plus dem Product der Letzteren.

Ferner hat man den **Verengungscoefficienten**

$$\frac{a}{a} = \frac{2\pi A - \frac{Z\sigma_s}{\sin\delta}}{2\pi A}$$

oder

$$\frac{a}{a} = 1 - \frac{Z\sigma_s}{2\pi A \sin\delta} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (74a).$$

Bestimmung von u. Es ist $u = \sqrt{2gh}$, aber es ist nicht h als die wirkliche, sondern nur als eine hypothetische Gefällhöhe (S. 3) angenommen worden. **Gegeben ist die wirkliche oder totale Gefällhöhe H**, von welcher h nur ein Theil und zwar der nutzbare ist. Die Resthöhe (H — h) läßt sich als eine Summe von **Widerstandshöhen** darstellen, entsprechend den durch die Bewegung des Wassers vom Ober- bis zum Unterwasser hervorgerufenen Widerständen.

Die Widerstände, welche der **Zuführung** des Wassers bis zu den Leitschaufeln und der **Abführung** desselben vom Rade aus angehören, mögen insgesammt durch die Verlusthöhe h_v ausgedrückt werden. Sie treten fast ausschließlich als Rohrleitungs- und Knieröhrenwiderstände auf und sind in jedem einzelnen Fall nach den bekannten Methoden zu berechnen.

Digitized by Google

Unter h_u sollen die Widerstände im Leitboden und der Verlust zusammengefaßt werden, welcher durch die plötzliche Verengung an der Uebergangsstelle und den hieraus folgenden Stoß entsteht.

h_r soll die Verluste ausdrücken, welche aus der Bewegung des Wassers durch das Rad erfolgen.

Es kann nur von einer annähernden Berechnung der Werthe h_u und h_r die Rede sein, weil einestheils ihre Abhängigkeit von den Hauptconstructionselementen auf meistens hypothetische Voraussetzungen mit Vernachlässigung nicht unwesentlicher Nebeneinflüsse gegründet werden muß, und weil man anderentheils seine Zuflucht zu Coefficienten nehmen muß, die aus anderen als hier maßgebenden Versuchen hervorgegangen sind. Wir werden daher h_u und h_r als Functionen der Geschwindigkeiten c, c_u und c_r, nämlich der Größen darstellen, welche je nach der Turbinenart verschieden und vom größten Einfluß sind. Die noch hinzuzufügenden Erfahrungscoefficienten ζ_u resp. ζ_r sind alsdann als Functionen der übrigen Elemente von mehr constanter Natur anzusehen. Erfahrungsmäßig können die Widerstandshöhen ohne bedeutenden Fehler den Quadraten der Geschwindigkeiten proportional gesetzt werden, und so ist

$$h_u = \zeta_u \frac{c^2}{2g} = \zeta_u \cdot \frac{u^2}{2g \cdot m^2}$$

oder

$$h_u = \zeta_u \frac{h}{m^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (75),$$

oder wegen Gl. (21 c)

$$h_u = \zeta_u h \cdot \frac{t^2 - 1}{2t^2} \frac{\sin \beta}{\sin (\beta - \alpha) \cos \alpha} \quad . \quad (75\,a).$$

Die Widerstandshöhe h_r dagegen wird man dem arithmetischen Mittel der Geschwindigkeitshöhen $\frac{c_0^2}{2g}$ und $\frac{c_u^2}{2g}$ proportional, also

$$h_r = \zeta_r \frac{c_0^2 + c_u^2}{4g}$$

setzen müssen.

Digitized by Google

Das giebt vermöge Gl. (25) und (26)

$$h_a = \zeta_a \frac{h}{2} \cdot \frac{t^2-1}{2t^2}\left[\frac{\sin^2\alpha}{\sin\beta\cos\alpha\sin(\beta-\alpha)} + \frac{A^2}{E^2}\frac{\sin(\beta-\alpha)}{\sin\beta\cos\alpha} + \frac{2}{t^2-1}\right] \quad \ldots \quad (75b)$$

und weiter:

$$h_a + h_a = h\frac{t^2-1}{2t^2}\left[\frac{2\zeta_a\sin^2\beta + \zeta_a\sin^2\alpha + \zeta_a\frac{A^2}{E^2}\sin^2(\beta-\alpha)}{2\sin\beta\cos\alpha\sin(\beta-\alpha)} + \frac{\zeta_a}{t^2-1}\right] \quad \ldots \quad (75c).$$

Wenn man $\frac{t^2-1}{t^2}$ als Factor und dagegen $\frac{\zeta_a}{t^2-1}$ als Summanden vernachlässigt, und außerdem, wie Weisbach als Regel empfiehlt, $\zeta_a = \zeta_a$ annimmt, hat man

$$h_a + h_a = \zeta_a h \cdot \frac{2\sin^2\beta + \sin^2\alpha + \frac{A^2}{E^2}\sin^2(\beta-\alpha)}{4\sin\beta\cos\alpha\sin(\beta-\alpha)} \quad (75d).$$

Vorstehende Gleichung auf die obigen fünf Fälle angewendet, in welchen der Winkel β von α abhängig gemacht ist, liefert:

für $\beta = 2\alpha$

$$h_a + h_a = \zeta_a \frac{h}{4}\left(4 + \frac{1}{2\cos^2\alpha} + \frac{1}{2\cos^2\alpha}\frac{A^2}{E^2}\right) \quad (76);$$

für $\beta = 90^0$

$$h_a + h_a = \zeta_a \frac{h}{4}\left(\frac{3}{\cos^2\alpha} - 1 + \frac{A^2}{E^2}\right) \quad \ldots \quad (77);$$

für $\beta = 90^0 + \frac{\alpha}{2}$

$$h_a + h_a = \zeta_a \frac{h}{4}\left(\frac{4}{\cos\alpha} - 2 + \frac{1}{\cos\alpha}\frac{A_2}{E^2}\right) \quad (78);$$

für $\beta = 90^0 + \alpha$

$$h_a + h_a = \zeta_a \frac{h}{4}\left(1 + \frac{1}{\cos^2\alpha} + \frac{1}{\cos^2\alpha}\frac{A^2}{E^2}\right) \quad (79);$$

für $\beta = 90^0 + 2\alpha$

$$h_a + h_a = \zeta_a \frac{h}{4}\left(\frac{2\cos 2\alpha}{\cos^2\alpha} + \frac{1}{\cos 2\alpha}\operatorname{tg}^2\alpha + \frac{1}{\cos 2\alpha}\frac{A^2}{E^2}\right) \quad (80).$$

Der obigen Annahme nach war

$$(H - h) = h_a + h_a + h_a,$$

Digitized by Google

und wenn man $h_n + h_r$ aus Gl. (75d) substituirt, hat man:

$$h = H \cdot \frac{1 - \frac{h_n}{H}}{1 + \zeta_n \frac{2 \cdot \sin^2\beta + \sin^2\alpha + \frac{A^2}{E^2}\sin^2(\beta - \alpha)}{4 \cdot \sin\beta \cos\alpha \sin(\beta - \alpha)}} \quad (81).$$

Vernachlässigt man vorläufig $\frac{h_n}{H}$ und setzt zur Ausgleichung für ζ_n einen etwas größeren als seinen eigentlichen Werth, so ergiebt sich

$$h = H \cdot \frac{1}{1 + \zeta_n \frac{2 \cdot \sin^2\beta + \sin^2\alpha + \frac{A^2}{E^2}\sin^2(\beta - \alpha)}{4 \cdot \sin\beta \cos\alpha \sin(\beta - \alpha)}} \quad (81a).$$

In Beziehung auf die Wahl von ζ_n muß noch Folgendes beobachtet werden:

Hat eine Turbine x ein höheres Gefälle, als eine andere gleichartige y, verbrauchen aber beide gleichviel Wasser, so werden in x die Geschwindigkeiten größer, die Querschnitte kleiner, und das Verhältniß der benetzten Umfänge zu den letzteren größer sein, als in y. Die Reibungswiderstände sind daher relativ größer in x, als in y.

Haben aber zwei Turbinen gleiche Gefällhöhen, aber ungleichen Wasserverbrauch, so bietet aus ähnlichen Gründen diejenige die verhältnißmäßig geringsten Reibungswiderstände dar, welche die größere Wassermenge verbraucht. Ueberhaupt haben kleine Turbinen keinen so hohen Wirkungsgrad als große.

Mit Rücksicht auf die Vernachlässigung der Reibungshöhe h_n des Geschwindigkeitsverlustes in den Leitcanälen und des Wasserstoßes gegen die Schaufelenden, sowie darauf, daß die Wasserführung keine vollkommene, und die Ausführung der Turbine in der Regel selbst keine ganz genaue ist, wird man als ungünstigsten Werth $\zeta_n = 0{,}2$ zu nehmen haben.

Nach Weisbach sinkt dieser Werth günstigsten Falles auf $\zeta_n = 0{,}05$ herab.

Folgende Tabelle möge den Einfluß zeigen, welchen m

Digitized by Google

und $\frac{A}{E}$ auf das Verhältniß des nutzbaren Gefälles zum totalen haben. Und zwar ist beispielsweise angenommen

$$\zeta_n = 0{,}2;\ \alpha = 26^\circ\, 33'\, 53'';\ \operatorname{tg}\alpha = 0{,}5;\ \sin^2\alpha = 0{,}2;$$
$$\cos^2\alpha = 0{,}8;\ \cos 2\alpha = 0{,}6.$$

Werthe von $\frac{h}{H}$ für:

$\beta =$	$m =$	$\frac{R}{E} =$		
		$\frac{3}{2}$	1	$\frac{2}{3}$
2α	1,04	0,769	0,792	0,803
90°	1,32	0,802	0,842	0,864
$90^\circ + \frac{\alpha}{2}$	1,40	0,803	0,849	0,872
$90^\circ + \alpha$	1,44	0,800	0,852	0,878
$90^\circ + 2\alpha$	1,68	0,783	0,850	0,884

Es kann nun der Wirkungsgrad einer Turbine, auch Güteverhältniß genannt, näher ermittelt werden; aber ohne Rücksicht auf Wasserverlust durch den Spalt, die Reibung des Rades im Wasser (resp. in der Luft) und der Welle im Spur- und Halslager.

Diesen Wirkungsgrad nennt man den hydraulischen, gegenüber dem wahren Wirkungsgrade, oder schlechtweg Wirkungsgrad.

Der hydraulische Wirkungsgrad werde mit $\varkappa$, der wahre Wirkungsgrad mit η bezeichnet. Annähernd ist:

$$\eta = \varkappa\,(1 - 0{,}07) = 0{,}93\,\varkappa.\text{*)}$$

Den Wirkungsgrad $\varkappa$ erhalten wir, wenn wir sämmtliche Verlusthöhen von der totalen Gefällhöhe abziehen und den Rest, d. i. die nutzbare Gefällhöhe, damit vergleichen.

*) Professor Gustav Schmidt nimmt an $\eta = \varkappa - 0{,}07$ in seinem „Ueberblick der verschiedenen Turbinentheorien". (Separatabdruck aus dem „Berg- und hütttenmännischen Jahrbuch", XI. Bd.) Wien, 1862. In Commission bei Tendler & Co.

Digitized by Google

Die totale Druckhöhe H dient nicht nur zur Erzeugung der theoretischen h, sondern auch zur Ueberwindung der Widerstandshöhe $h_a + h_n + h_s$.

Die Abflußgeschwindigkeit, d. h. diejenige Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser aus dem Abfluß- oder Saugerohr einer Turbine austritt, ist in der Regel $= w$, also gleich derjenigen zu setzen, mit welchen das Wasser das Rad verläßt (s. S. 4).

Durch eine allmälige Erweiterung des Abflußrohres kann jene Geschwindigkeit und die entsprechende Verlusthöhe vermindert, und dadurch der Wirkungsgrad erhöht werden. Wo Dies angänglich und in Beziehung auf den Kostenpunkt zweckmäßig ist, muß in jedem einzelnen Fall erwogen werden. Die Abflußgeschwindigkeit des Wassers kann auch noch dadurch nutzbar gemacht werden, daß man es durch ein kniefömiges Rohr in der Richtung des Abflußgerinnes ausströmen läßt, anstatt es wie gewöhnlich an der Unterkante eines geraden Rohres nach allen Richtungen hin austreten zu lassen.

Durch eine Verengung des Abflußrohres, wie sie häufig durch eine daran angebrachte Schütze stattfindet, wird die Abflußgeschwindigkeit erhöht und der Wirkungsgrad herabgezogen. Ganz von derselben Wirkung ist eine Verengung des Zuflußrohres, und eine darin angebrachte Schütze dem Wirkungsgrad ebenso nachtheilig. Die Verengung des Abflußrohres kommt im Effect einem Ansteigen des Unterwassers, die Verengung des Zuführungsrohres einem Fallen des Oberwassers gleich, so daß in beiden Fällen nicht nur der Wasserverbrauch, sondern auch das nutzbare Gefälle vermindert wird.

Man hat nun den hydraulischen Wirkungsgrad

$$\varkappa = \frac{H - (h_s + h_a + h_s) - \frac{w^2}{2g}}{H} \quad . \quad . \quad . \quad (83),$$

und da $w = \frac{u}{t}$ oder $\frac{w^2}{2g} = \frac{h}{t^2}$ ist:

$$\varkappa = \frac{H - (h_s + h_a + h_s) - \frac{h}{t^2}}{H} \quad . \quad . \quad (83\,a)$$

Digitized by Google

oder:

$$x = \frac{t^2 - 1}{t^2} \cdot \frac{H - (h_a + h_n + h_s)}{H} \qquad (83\,b)$$

oder

$$x = \frac{t^2 - 1}{t^2} \cdot \frac{h}{H} \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (83\,c),$$

mit Rücksicht auf Gl. (81), und wegen Gl. (82) den wahren Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{t^2 - 1}{t^2} \cdot \frac{h}{H} (1 - 0{,}07) \quad . \quad . \quad . \qquad (84).$$

Ist $\frac{t^2}{t^2 - 1}$ durch Gl. (34 b) und η durch Versuche gegeben, so kann die vorstehende Gleichung anstatt der Gl. (81) zur Ermittelung des Quotienten $\frac{h}{H}$ dienen; ihre Form ist dann

$$\frac{h}{H} = \frac{t^2 - 1}{t^2} \cdot \eta \cdot 1{,}075 \quad . \quad . \quad . \qquad (84\,a).$$

Die effective Leistung einer Turbine ist:

$$L = \eta \cdot Q\gamma \cdot H \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (85)$$

in Fußpfunden, und

$$L_\eta = \eta \cdot \frac{Q\gamma H}{480} \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (85\,a)$$

in Pferdekräften ausgedrückt.

Anwendung der Theorie.

Die Gl. (32 a) enthält nur Abmessungen, und zwar deren fünf. Um eine derselben zu bestimmen, bedarf es außer jener Grundgleichung noch vier anderer Bedingungsgleichungen. Entweder hat man diese dadurch, daß die Größen β, α, δ, $\frac{e}{a}$ und $\frac{E}{A}$ als unmittelbar gegeben zu betrachten, oder daß dem Zweck einer Aufgabe entsprechend, Beziehungen dieser Größen zu einander anzunehmen sind.

Bei einer solchen Aufgabe wird es in erster Linie darauf ankommen, ob eine vorhandene Turbine zu untersuchen, oder ob eine neue Turbine zu entwerfen ist.

Digitized by Google

A. Untersuchung einer vorhandenen Turbine.

Im Fall:

Erstens die Abmessungen der Gleichung (32a) Genüge leisten, lassen sich alle Fragen: die Zahl der Umdrehungen pro Minute, die verbrauchte Wassermenge, die Leistung, den Wirkungsgrad u. s. w. betreffend, vermittelst der aufgestellten Gleichungen ohne Weiteres beantworten. Wenn dabei auch die übrigen Constructionsverhältnisse der Turbine, als namentlich Zahl und Form der Schaufeln, Durchmesser und lichte Höhe des Rades, mit den dafür aufgestellten Formeln und Regeln übereinstimmen, so halten wir das eben nur für zweckmäßig, aber nicht für unbedingt nothwendig. Eine etwaige Nichtübereinstimmung der theoretischen Ergebnisse mit den durch directe Versuche erhaltenen beweist, daß die Unvollständigkeit der Wasserführung und die Bewegungswiderstände andere als die angenommenen sind, und zeigt, welcher Correctur die betreffenden Verlustcoefficienten für ihre Anwendung auf ähnliche Fälle zu unterwerfen sind.

Zweitens: Entsprechen die durch Messung ermittelten Größen der Gl. (32a) nicht, so thut man am Besten, eine der fünf vorläufig als nicht gegeben anzunehmen, sie aus Gl. (32a) zu berechnen, und vermittelst der übrigen Formeln die Lösung der gestellten Aufgaben herbeizuführen. Die Resultate werden natürlich nur hypothetische sein. Wie weit sie aber von den wirklichen abweichen, das hängt nicht nur von der Größe des Fehlers, sondern auch von der Wahl derjenigen Abmessung ab, welche man als die fehlerhafte ansieht. Es ist z. B. eine Veränderung des Winkels β, aus Gründen, welche schon für die Schaufelform geltend gemacht wurden, nicht von so erheblichem Einfluß auf den Gang einer Turbine, als eine gleich große Abweichung der Winkel α oder δ. Man kann daher den Winkel β als den Correctionswinkel gelten lassen, und namentlich dann, wenn β zu groß ist, in welchem Falle der dadurch hervorgerufene Stoß des Wassers gegen die Radschaufel in förderlichem Sinne wirkt.

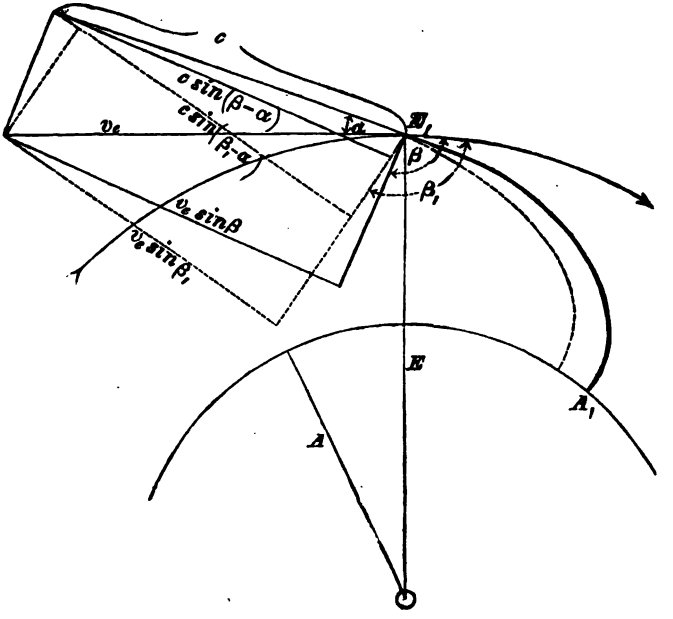
Digitized by Google

Der Arbeitsverlust durch Stoß bei zu großem Winkel β_1 anstatt β ist:

$$S = \frac{Q}{2g}\,[c \sin(\beta_1 - \alpha) - v_e \sin\beta_1]\, c \sin(\beta_1 - \alpha) \quad (86).$$

Es ist hierbei nach Fig. 9 $c \sin(\beta_1 - \alpha)$ die normale Geschwindigkeit des Wassers gegen die Radschaufel, und diese weicht mit der Geschwindigkeit $v_e \sin\beta_1$ aus. Verglichen mit

Fig. 9



der Wirkung $Q\gamma h$ oder $Q\gamma \frac{u^2}{2g}$ ist der Coefficient des Stoßverlustes

$$\varkappa_s = \frac{S}{Q\gamma \frac{u^2}{2g}};$$

$$\varkappa_s = \frac{1}{u^2}\,[c^2 \sin^2(\beta_1 - \alpha) - v_e\, c \sin\beta_1 \sin(\beta_1 - \alpha)].$$

Hierin die Werthe eingesetzt für:

Digitized by Google

$$c^2 = u^2 \frac{t^2 - 1}{2t^2} \frac{\sin \beta}{\sin(\beta - \alpha) \cos \alpha}$$

und

$$v_e^2 = u^2 \frac{t^2 - 1}{2t^2} \frac{\sin(\beta - \alpha)}{\sin \beta \cos \alpha}$$

und gehörig eingerichtet macht:

$$\varkappa_e = \frac{t^2 - 1}{2t^2} \operatorname{tg} \alpha \sin(\beta_1 - \beta) \frac{\sin(\beta_1 - \alpha)}{\sin(\beta - \alpha)} \qquad (87).$$

Anstatt der Höhe h ist, im Fall ein solcher Stoßverlust stattfindet, überall die um das $(1 - \varkappa_e)$fache verminderte h_1 einzusetzen, also

$$h_1 = (1 - \varkappa_e) h \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (88).$$

Falls sich aber nach Gl. (32a) der Winkel β zu klein ergeben sollte, etwa $= \beta_0$, so thut man besser, von der Bedingung Abstand zu nehmen, daß das Wasser in radialer resp. axialer Richtung das Rad verläßt.

Der Austrittswinkel möge dann kleiner als ein rechter $= \omega$ und die Austrittsgeschwindigkeit $= w_a$ sein.

Anstatt Gl. (31) hat man dann die Gleichung

$$E e \sin \alpha \,.\, c = A \,.\, a \,.\, w_a \sin \omega \quad . \quad . \quad . \quad (89)$$

und an Stelle der Gleichung $w = v_a \operatorname{tg} \delta$ die Gleichung

$$w_a = \frac{v_a \sin \delta}{\sin(\omega - \delta)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (90).$$

Substituirt man diese Gleichung, sowie

$$c = v_e \frac{\sin \beta_0}{\sin(\beta_0 - \alpha)} \text{ und } \frac{v_e}{v_a} = \frac{E}{A}$$

in Gl. (89), so erhält man

$$\frac{e E^2}{a A^2} (\operatorname{cotg} \delta - \operatorname{cotg} \omega) = \operatorname{cotg} \alpha - \operatorname{cotg} \beta_0 \qquad (91),$$

wovon die Gl. (32a) ein specieller Fall ist. Diese Letztere, nämlich

$$\frac{e E^2}{a A^2} \operatorname{cotg} \delta = \operatorname{cotg} \alpha - \operatorname{cotg} \beta,$$

verglichen mit Gl. (91), liefert:

$$\operatorname{cotg} \omega = \frac{a A^2}{e E^2} (\operatorname{cotg} \beta_0 - \operatorname{cotg} \beta) \quad . \quad . \quad (92),$$

auch

Digitized by Google

$$\operatorname{cotg}\omega = \frac{a A^2}{c E^2} \frac{\sin(\beta - \beta_0)}{\sin\beta \sin\beta_0} \quad . \quad . \quad . \quad (92a).$$

Bei gegebener normaler Austrittsgeschwindigkeit $w_a \sin\omega$ wird aus Gl. (90)

$$v_a = w_a \sin\omega \,.\, (\operatorname{cotg}\delta - \operatorname{cotg}\omega) \quad . \quad . \quad (93),$$

der kleinere Winkel β_0 bedingt also eine geringere Umdrehungsgeschwindigkeit, als der Winkel β.

Der Wirkungsgrad vermindert sich dadurch, daß bei gegebener Normalgeschwindigkeit $w_a \sin\omega$, $w_a > w$ wird, und muß dem entsprechend in Gl. (83) der Werth von w_a anstatt dem von w eingesetzt, und in den folgenden Gleichungen bis (84a) muß t durch $\frac{w t}{w_a}$ substituirt werden. Es ist

$$\frac{w}{w_a} = \sin\omega (1 - \operatorname{cotg}\omega \operatorname{tg}\delta) \quad . \quad . \quad . \quad (94).$$

Durch Verbindung der Gl. (91) mit Gl. (27b) ergiebt sich eine Verallgemeinerung der Gl. (34), nämlich:

$$\frac{t^2 - 1}{2} \cdot \frac{e}{a} = \frac{\operatorname{cotg}^2\delta}{\operatorname{cotg}\delta - \operatorname{cotg}\omega} \cdot \operatorname{cotg}\alpha \qquad (94a),$$

und hieraus läßt sich t ermitteln.

Aus einem Vergleich von Gl. (92a) mit (93) und (94) geht hervor, daß, jemehr der Winkel β sich 90° nähert, es um so weniger auf seine Genauigkeit ankommt.

Für $\beta_0 > \beta$ wird (siehe Gl. 92a) $\operatorname{cotg}\omega$ negativ, also ω ein stumpfer Winkel. Während hier unter normalen Verhältnissen ω ein rechter ist, nimmt z. B. Weisbach in seiner „Theorie der Turbinen" der Einfachheit der Rechnung wegen $v_a = c_a$ an, dadurch wird $\sin\omega = -\cos\frac{\delta}{2}$ u. s. w.

Wie andere abnormale Zustände einer Turbine mit Hülfe der vorhandenen Gleichungen einer Analyse unterworfen werden können, möge noch durch ein allgemeineres Beispiel dargethan werden.

Eine Turbine soll unter Beibehaltung der Gefällhöhe h und der Geschwindigkeit v_a anstatt mit Q nur mit qQ Cbkfß. Wasser durch Verengung der Leitcanäle ohne Veränderung von

Digitized by Google

α und c arbeiten. Es ist der entsprechende hydraulische Wirkungsgrad $\varkappa_q$ im Vergleich mit $\varkappa$; Gl. (81), zu ermitteln.

Vorläufig werde angenommen, daß, während Q sich auf q Q vermindert, der Winkel β in β_0 übergeht, so daß die Stoßwirkung vermieden wird. Der Wirkungsgrad sei dann $\varkappa_1$. Es ist

$$\frac{w}{w_a \sin\omega} = \frac{Q}{qQ} = \frac{1}{q} \quad \ldots \quad (95),$$

und wegen Gl. (94)

$$\frac{1}{q} = 1 - \operatorname{cotg}\omega \operatorname{tg}\delta \quad \ldots \quad (96),$$

$$\operatorname{cotg}\omega = -\frac{1-q}{q}\operatorname{cotg}\delta \quad \ldots \quad (96a),$$

daraus

$$\sin^2\omega = \frac{q^2}{q^2 + (1-q)^2 \operatorname{cotg}^2\delta} \quad \ldots \quad (96b).$$

Aus dieser Gleichung und Gl. (95)

$$\frac{w_a^2}{w^2} = q^2 + (1-q)^2 \operatorname{cotg}^2\delta \quad \ldots \quad (97).$$

Durch Einsetzung von $\operatorname{cotg}\omega$ aus Gl. (96a) in Gl. (92), nachdem der Verengung wegen darin noch e durch qe ersetzt worden ist, folgt

$$(1-q)\cdot\frac{e E^2}{a A^2}\operatorname{cotg}\delta = \operatorname{cotg}\beta = \operatorname{cotg}\beta_0 \quad (101),$$

$$= \frac{\sin(\beta_0 - \beta)}{\sin\beta_0 \sin\beta} \quad \ldots \quad (102).$$

$$\varkappa_1 = 1 - \frac{1}{t^2 \frac{w^2}{w_a^2}} = \frac{t^2 - q^2 - (1-q)^2 \operatorname{cotg}^2\delta}{t^2} \text{ *)} \quad (98).$$

---

*) Wenn

$$\frac{d\,(q^2 + (1-q)^2 \operatorname{cotg}^2\delta}{dq} = 0$$

oder

$$2q - 2(1-q)\operatorname{cotg}^2\delta = 0$$

gesetzt wird, wird $\varkappa_1$ ein Maximum $\varkappa_m$, d. i. für

$$q = \cos^2\delta \quad \ldots \quad (99)$$

oder

$$\varkappa_m = \frac{t^2 - q}{t^2} = \frac{t^2 - \cos^2\delta}{t^2} \quad \ldots \quad (100),$$

Digitized by Google

Behufs Ermittelung des Stoßverluſtes hieraus β_0 berechnet und in Gl. (87) eingeſetzt, giebt:

$$x_s = \frac{t^2 - 1}{2t^2} \operatorname{tg} \alpha \sin(\beta_0 - \beta) \frac{\sin(\beta_0 - \alpha)}{\sin(\beta - \alpha)},$$

und man hat alsdann das Geſuchte

$$x_q = x_1 (1 - x_s) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (103).$$

Wird dagegen die Verengung behufs Verminderung des Aufſchlagwaſſers, um das q fache nach Art der C. Fink'ſchen Schützvorrichtung, Bd. VIII, S. 218 d. Z., dadurch bewirkt, daß der Winkel α verkleinert wird, ſo nimmt mit dieſem Winkel die Uebergangsgeſchwindigkeit c gleichzeitig ab, und zwar, wie man ohne merklichen Fehler annehmen kann, ſo, daß kein Stoß gegen die Radſchaufeln ausgeübt wird. Der günſtige Umſtand, daß durch die ſchließende Drehung der Leitſchaufeln deren Enden ſich von dem Radumfange entfernen und eine freie Bewegung des Waſſers bis zu ſeinem Eintritt geſtatten, rechtfertigt die letztere Annahme.

Während wieder v_e unveränderlich ſein ſoll, mögen die geänderten Werthe von c und α mit c_0 reſp. α_0 bezeichnet werden.

Es muß zunächſt ſein:

$$c_0 \sin \alpha_0 = q \,.\, c \sin \alpha \quad . \quad . \quad (103\,a).$$

Da kein Stoß ſtattfinden ſoll, ſo gilt Gl. (9) nicht nur für die urſprüngliche, ſondern auch für die neue Schaufelſtellung, daher

$$c = v_e \frac{\sin \beta}{\sin(\beta - \alpha)}$$

und

$$c_0 = v_e \frac{\sin \beta}{\sin(\beta - \alpha_0)},$$

das macht

$$\frac{c}{c_0} = \frac{\sin(\beta - \alpha_0)}{\sin(\beta - \alpha)};$$

dies mit Gl. (103 a) verglichen, liefert

$$\operatorname{cotg} \alpha_0 - \operatorname{cotg} \beta = \frac{1}{q} (\operatorname{cotg} \alpha - \operatorname{cotg} \beta).$$

Digitized by Google

Indem man mit der rechten Seite dieser Gleichung der Gl. (32a) und mit der linken Seite der Gl. (91), nämlich

$$\frac{c E^2}{a A^2} (\operatorname{cotg} \delta - \operatorname{cotg} \omega) = \operatorname{cotg} \alpha_0 - \operatorname{cotg} \beta$$

Genüge leistet, findet man, wie auch vorauszusetzen war, wieder die Gl. (96a), also

$$\operatorname{cotg} \omega = -\frac{1-q}{q} \operatorname{cotg} \delta;$$

in diesem Falle ist aber

$$x_0 = 0, \text{ daher } x_q = x_1$$

der Gl. (98) entsprechend.

B. Construction einer neuen Turbine.

Dieselbe ist herzuleiten:

1) aus der Gl. (32a); und kann zu dem Behufe gegeben sein
2) eine Beziehung zwischen β und α, etwa

$$\beta = 90^0 + \frac{\alpha}{2};$$

3) $\frac{E}{A}$ in der Regel $= \frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ oder 1, für äußere, innere oder axiale Turbinen;
4) t in der Regel $= \sqrt{13}$, und α, δ und $\frac{c}{a}$ als Functionen davon durch Gl. (34);
5) $\frac{c}{a}$ häufig $= 1$ oder bis zu 2;
6) möglicher Weise die Bedingung, daß die Radschaufeln gerade sind, Gl. (66).

In concreten Fällen ist ferner gegeben:

7) das Gefälle und die Gl. (81) oder auch, wenn der Wirkungsgrad als bekannt vorausgesetzt werden kann, die Gl. (84a);
8) die Wassermenge pro Secunde und die Gl. (73) bis (73b) und Gl. (71) oder (71a).

Der Wirkungsgrad und die Leistung ergeben sich aus Gl. (81), (84) und (85a).

Digitized by Google

Bei der Prüfung vorhandener oder der Berechnung neuer Partialturbinen ist, da deren Radzellen nicht gefüllt zu sein brauchen, die Anwendung der der Füllung wegen bestehenden Gleichungen nicht geboten. Es sind dies die Gleichungen (28a) bis (34c), (41) bis (41a), (47) bis (47a), (53) bis (53a), (59) bis (59a), (65) bis (65a), (70) bis (73b) und (74a). Dagegen sind die Bedingung $\beta = 2\alpha$ und die Gl. (39) bis (40) zu beachten.

Es verdient schließlich noch hervorgehoben zu werden, daß der Constructeur bei der Berechnung einer Turbine oft zu einem versuchsweisen Verfahren schreiten muß: der Art, daß er die maßgebenden Werthe vermittelst der Formeln so lange gegen einander abwägt, bis er zu einem Resultat gelangt, welches den gestellten Anforderungen, seiner Erfahrung und dem darauf gestützten Richtigkeitsgefühl entspricht. Uebrigens sind die Grenzen für das subjective Ermessen durch unsere Methode so eng gezogen, daß wesentliche Schwankungen nicht möglich sind.

Erstes Beispiel. Zur Untersuchung einer vorhandenen Turbine möge die Bd. III, S. 243 d. Z. mitgetheilte dienen. Es ist

$$E = \tfrac{15}{13};\ A = \frac{22{,}69}{12};\ \alpha = 30^\circ;\ \delta = 16^\circ\,26';\ Z = 32;$$

$$N = 24;\ \sigma_0 = \sigma_a = \sigma = \frac{1}{8.12};\ e = a = \frac{3 + \frac{3}{4}}{12} = 0{,}1875.$$

An Stelle des Winkels β, welcher zunächst gesucht werden soll, ist $\beta_1 = 90^\circ$ als präsumtiv unrichtig gegeben.

Für $\frac{\varepsilon}{e}$, Gl. (74), und $\frac{\alpha}{a}$, Gl. (74a), findet man zunächst:

$$\frac{N\sigma}{2\pi E \sin\alpha} = 0{,}06366;\quad \frac{Z\sigma_0}{2\pi E \sin\beta_1} = 0{,}04244;$$

also:

$$\frac{\varepsilon}{e} = 1 - 0{,}06366 - 0{,}04244 + 0{,}06366 \,.\, 0{,}04244 = 0{,}89660;$$

$$\frac{Z\sigma_a}{2\pi A \sin\delta} = 0{,}10056,$$

also:

Digitized by Google

$$\frac{a}{a} = 1 - 0{,}10056 = 0{,}89944.$$

Man hat jetzt:

$$\frac{e}{a} = 0{,}99684,$$

und mit Hülfe der Gl. (32a)

$$\beta = 75^\circ\ 42',$$

also ist β_1 um $14^\circ\ 18'$ zu groß.

Für $\beta = 75^\circ\ 42'$ ergiebt sich aus Gl. (34)

$$t = 3{,}575;\ t^2 = 12{,}781 \text{ und } \frac{t^2 - 1}{t^2} = 0{,}92178;$$

aus Gl. (34c) $m = 1{,}1646$ und vermittelst Gl. (87) der Stoßverlust

$$\varkappa_s = 0{,}07953;\quad (1 - \varkappa_s) = 0{,}92047.$$

Das Verhältniß der theoretischen Gefällhöhe h zur wirklichen H hat man vermöge Gl. (81a)

$$\frac{h}{H} = \frac{1}{1 + \zeta_n \times 1{,}3736} \text{ und für } \zeta_n = 0{,}2;$$

$$\frac{h}{H} = 0{,}78447;\ \frac{h_1}{H} = (1 - \varkappa_s)\frac{h}{H}$$

und den hydraulischen Wirkungsgrad

$$\varkappa = \frac{t^2 - 1}{t^2} \cdot (1 - \varkappa_s)\frac{h}{H} = 0{,}69697;$$

und nach Gl. (84) würde sein der wahre Wirkungsgrad

$$\eta = 0{,}648.$$

Man kann die Correctur auch dadurch vollziehen, daß man die Turbine so rasch gehen läßt, daß für $\beta = 90^\circ$ zwar ein Stoß nicht entsteht, daß aber auf einen radialen Austritt Verzicht geleistet wird. Es findet sich alsdann vermittelst Gl (91) der Winkel $\omega = 120^\circ\ 52'\ 12''$ anstatt $= 90^\circ$. Ferner liefert Gl. (34d): $m = 1{,}3567$; Gl. (34e): $t^2 = 16{,}953$ und die Ausströmungsgeschwindigkeit

$$w_a = \frac{u}{t \sin \omega} = \frac{u}{3{,}434}.$$

Vorhin war aber

$$w = \frac{u}{t} = \frac{u}{3{,}575},$$

also fast ebenso groß.

Digitized by Google

Der Verlust an lebendiger Kraft ist demnach zwar nicht merklich größer, als er unter ganz normalen Verhältnissen sein würde, die Turbine muß aber für eine gegebene Aufschlagwassermenge $\sqrt{\frac{1,3567}{1,1646}} = 1,08$ mal größer sein, als es sonst nöthig wäre. Der Wirkungsgrad ist durch die 1,165 mal zu große Reibungsfläche vermindert und außerdem der Kostenpreis der Turbine in etwa demselben Verhältniß erhöht. In Bd. V, S. 246 sind zwar Versuche mit dieser Turbine mitgetheilt, doch geben dieselben keinen hinreichenden Anhalt für ein weiteres Eingehen.

Zweites Beispiel. Eine dem Verf. zur Begutachtung übergebene Turbine hatte:

$$E = 1,5;\ A = 1;\ \frac{e}{a} = \frac{e}{a} = \frac{28}{39};\ \alpha = 18^0\,35';$$
$$\delta = 34^0\,34';$$

daraus berechnet sich mit Gl. (32a) $\beta = 57^0\,47'\,51''$; gemessen war aber dieser Winkel $= \beta_0 = 55^0\,46'$, also nur $2^0\,2'\,51''$ zu klein. Will man den daraus folgenden unbedeutenden Stoß noch vermeiden, so muß wegen Gl. (91) $\omega = 88^0\,12'\,16''$ sein.

Die Gl. (94a) liefert:

$$t^2 = 13,29;$$

Gl. (94):

$$\frac{w}{w_a} = 0,99842;$$

Gl. (84a):

$$\frac{h}{H} = \frac{1}{1,17185},$$

und daraus ist der hydraulische Wirkungsgrad

$$x = 0,789 \text{ und } \eta = 0,784.$$

Es ist ferner nach Gl. (21c)

$$m = 1,2241 = \frac{u}{c} = \frac{\sqrt{2gh}}{c}.$$

Gegeben waren noch:

$e = 3\frac{1}{2}$ Zoll; die Leitcanalweite $= \frac{13}{16}$ Zoll und $\sigma = \frac{1}{8}$ Zoll; die Radcanalweite an der Eintrittsstelle $= 2\frac{3}{8}$ Zoll und $\sigma_0 = \frac{1}{4}$ Zoll;

Digitized by Google

dieſelbe beim Austritt $= \frac{15}{16}$ Zoll, und $\sigma_0 = \frac{1}{4}$ Zoll.

Die einzelnen Verengungen an der Uebergangsſtelle ſind daher $= \frac{2}{15}$ reſp. $= \frac{2}{21}$ und entſprechend Gl. (74)

$$\frac{\varepsilon}{e} = 1 - \frac{2}{15} - \frac{2}{21} + \frac{4}{315} = 0{,}784; \quad \frac{a}{a} = \frac{15}{19},$$

das macht

$$\frac{\varepsilon}{a} = \frac{e}{a} \cdot 0{,}993,$$

oder wie oben der Einfachheit wegen

$$\frac{\varepsilon}{a} = \frac{e}{a}.$$

Man findet weiterhin die Eintrittsöffnung

$$F_0 \sin \alpha = 0{,}6868.$$

Gegeben war ferner noch das ganze Gefälle $H = 10$ Fuß. Es iſt das theoretiſche Gefälle alsdann:

$$h = H \cdot \frac{h}{H} = 8{,}534 \text{ und } c = 18{,}866 \text{ und}$$

$$Q = F_0 \sin \alpha \cdot c = 12{,}958 \text{ Cbkfß.};$$

die hydrauliſche Wirkung $L_x = 13{,}15$ Pferdekräfte;
die wahre Wirkung $L_\eta = 13{,}15\,(1 - 0{,}07) = 12{,}23$ Pferdekräfte.

Man hat vermöge Gl. (9)

$$v_0 = 14{,}102,$$

und die Zahl der Umdrehungen pro Minute

$$n = 89{,}75.$$

In der Wirklichkeit machte die Turbine 100 Umdrehungen pro Minute zum Nachtheil des Effectes.

Drittes Beiſpiel. Entwurf einer äußeren Turbine. Angenommen wird:

1) $\beta = 90^\circ + \frac{\alpha}{2}$; $\operatorname{cotg} \alpha = 2$ oder

2) $\alpha = 26^\circ\, 33'\, 53''$, alſo $\beta = 103^\circ\, 16'\, 56''$;

3) $\frac{A}{E} = \frac{2}{3}$;

4) $t^2 = 13$.

Die Gl. (33) läßt ſich ſchreiben:

Digitized by Google

$$\frac{t^2-1}{2}\cdot\frac{e^2E^2}{a^2A^2}\operatorname{tg}\alpha = \operatorname{cotg}\alpha + \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{\sin\alpha},$$

daraus:

$\frac{e}{a} = 0{,}57556$ und aus Gl. (51) $\delta = 30°\ 4'\ 34''$.

Wegen Gl. (48) und (49):

$$m = 1{,}89205 \text{ und } v_e = c = 0{,}71834 \text{ . u.}$$

Gegeben sei:
die totale Gefällhöhe: $H = 10$;
das Aufschlagwasserquantum: $Q = 12$.

Vermittelst Gl. (84a) oder auch der darauf folgenden Tabelle findet man

$\frac{h}{H} = 0{,}872$, also $h = 8{,}72$; $u = \sqrt{2gh} = 23{,}345$;

$$c = v_e = 16{,}772;\ v_a = 11{,}180.$$

Aus Gl. (50):

$$c_e = 7{,}707;\ c_a = 12{,}92 \text{ und } \frac{c_a}{c_e} = 1{,}6765.$$

Um zunächst den Radhalbmesser A vermittelst Gl. (73) zu bestimmen, nehme man an:

$$\frac{a}{a} = \frac{8}{7} \text{ und } \vartheta = 3,$$

dann ist:

$$A = 1{,}0057,$$

oder einfach und genau genug

$$A = 1 \text{ und } E = 1{,}5;$$

und wegen Gl. (71a):

$$a = \frac{A}{3} = 0{,}333\ldots$$

Gl. (68) liefert die Zahl der Radschaufeln $Z = 30$.

Nimmt man auch die Anzahl der Leitschaufeln $N = 30$, so ergiebt sich die Kranzbreite des Leitbodens

$$= 0{,}6\,(E - A) = 0{,}3.$$

Für $\frac{\alpha}{a} = \frac{7}{8}$ folgt aus Gl. (74a):

$\sigma_a = 0{,}01812$ oder $= \frac{5}{32}$ Zoll, und macht man auch $\sigma_e = \sigma_a$, so wird wegen Gl. (74) $\sigma = 0{,}0116$ für den Fall, daß man

Digitized by Google

$$\frac{a}{a} = \frac{e}{e}, \text{ also } \frac{e}{a} = \frac{e}{a}$$

annimmt.

Für $A = 1$ ist die Anzahl der Umdrehungen $n = 106{,}76$.

Es ist auch $e = 0{,}57556 \cdot a$ oder $e = 0{,}19185$.

Es würde nach S. 105 ausreichend sein, für den Durchmesser des Abflußrohres zu setzen: $\frac{\pi Z}{4} = \left(2\pi A - \frac{\sigma_a Z}{\sin \delta}\right) a$.

Man kann aber einfacher $D^2 = 8aA$ oder $D = 1{,}633$ annehmen.

Der hydraulische Wirkungsgrad ist $\varkappa = 0{,}805$.

Der wahre Wirkungsgrad $\eta = 0{,}748$.

Die hydraulische Leistung ist $L_x = 12{,}424$ Pferdekräfte.

Die wirkliche Leistung $L_\eta = 11{,}555$ Pferdekräfte.

Die Krümmung der Schaufeln kann nach Maßgabe einer der durch die Figuren 5abc (S. 99 bis 101) versinnlichten Methoden erfolgen.

Die Construction der lichten Radhöhe geschieht alsdann vermittelst der Formeln (70) und (69). Es ist gemessen: $l = 0{,}65$, und z. B. für $X = \frac{E+A}{2} = 1{,}25$ ist gemessen: $y = 0{,}275$ und aus Gl. (69): $c_x = 8{,}68$.

Den Winkel δ_x mißt man am genauesten in der Weise, daß man für den Punkt x den Krümmungsradius Ox (Fig. 6) sucht, falls er zum Zweck der Schaufelconstruction nicht schon gegeben ist. Fällt man dann auf seine Verlängerung von c aus die Normale cP, so ist:

$\cos \delta_x = \frac{Px}{cx}$; hier $= \frac{8 + \frac{1}{2}}{15} = 0{,}5666\ldots$ und $\delta_x = 55° 29'$.

Nun hat man durch Gl. (70)

$$e_x = 0{,}224.$$

Die Ermittelung von zwei bis drei solcher Werthe von e_x ist für das Aufzeichnen des Querschnittsprofiles der Radkränze, deren einer in der Regel eben bleibt, genügend.

Nach der nunmehr erfolgten Feststellung der constructiven Grundzüge der Turbine ist es gerathen, sich daran zu erinnern, daß die Entwickelungen immer nur unter der theoretischen Vor-

Digitized by Google

aussetzung gemacht worden sind, daß die Wasserführung durch die Leit- und Radschaufeln eine so vollkommene ist, wie sie durch unendlich viele und unendlich dünne Schaufeln geboten sein würde.

Wenn auch die Anzahl der Schaufeln so groß angenommen worden ist, daß das praktische Resultat von dem theoretischen nicht bedeutend abweichen kann, so ist es doch gut, den Abweichungen besonders da Rechnung zu tragen, wo der Effect durch dieselben am meisten beeinträchtigt wird, nämlich beim Austritt des Wassers aus dem Rade und Leitboden.

Die in Bezug hierauf zweckmäßigste Schaufelendung vorausgesetzt, kann die mittlere Abweichung der Wasserelemente von der theoretischen Austrittsrichtung durch Modificationen der Winkel α und δ auf Null reducirt werden.

Diese Abweichungen der einzelnen Elemente lassen sich aber nicht theoretisch feststellen, also auch nicht die Correctur jener Winkel. Somit bleibt auch hier weiter nichts übrig, als ein gutdünkliches Verfahren, das jedoch, um von Erfolg zu sein, sich auf eine recht klare Vorstellung von der Bewegung des Wassers nicht nur in relativer, sondern auch in absoluter Hinsicht stützen muß.

Denkt man sich z. B. die Radschaufeln stufenweise von Null über die praktische Anzahl Z hinaus möglichst vermehrt, und versucht man alsdann, sich die absoluten Wasserwege vorzustellen, welche die Wassertheilchen bei jeder besonderen Stufenzahl beschreiben, so wird man diese Wege nur gleich gestaltig und bestimmt vorgeschrieben finden: für die unterste Stufe von Null Schaufeln und für die höchste Stufe. Bei zwei Schaufeln wird ein Theil des Wassers von der selbstständigen Richtung, die es bei Null Schaufeln haben würde, mehr oder weniger abgelenkt, während der andere Theil jene Richtung noch beibehält. Die absoluten Wasserwege bieten in diesem Falle die größte Verschiedenheit dar. Ihre mittlere Richtung nähert sich aber schon etwas der theoretisch festgestellten. Mit jeder Vermehrung der Schaufeln nimmt nicht nur die Gleichförmigkeit der Wasserwege zu, sondern die mittlere Austrittsrichtung nähert sich immer mehr der verlangten und

Digitized by Google

zwar hinreichend genau für die früher angenommenen Werthe für Z.*)

*) Ein von einer derartigen Anschauung ausgehender Versuch, die Abweichung des austretenden Wassers von der theoretischen Richtung zu berechnen, um danach den Endwinkel der Schaufel zu corrigiren, möge hier eine Stelle finden.

In Fig. 6 sei $E_2 A_0$ der absolute Wasserweg, wenn sämmtliche Radschaufeln als fehlend gedacht werden, also für $Z = 0$. Diese Curve (für $E \gtrless A$, gerade Linie) wird den Austrittsumfang unter einem Winkel schneiden, den wir genau genug gleich dem Eintrittswinkel α nehmen können. Denkt man sich nun eine ($Z = 1$) Schaufel $E_0 A_0$ in dem Rade angebracht, so werden von den am ganzen Umfange frei ausströmenden Wasserfäden die dem Bogen $E_0 E_2$ angehörigen bei E_0 ganz in die erforderliche Richtung, weiterhin theilweise und bei A_0 gar nicht mehr abgelenkt. Wir nehmen dafür an, daß die Ablenkung zur einen Hälfte von $E_0 E_2$ ganz, für die andere Hälfte gar nicht mehr erfolgt. Soll nun der theoretische (für $Z = \infty$) Austrittswinkel im Allgemeinen gleich ω, wie in Fig. 2, sein, so wird sich für eine Schaufel ein auf den ganzen Umfang bezogener mittlerer Austrittswinkel ergeben, für welchen — er sei $= \omega_1$ in Graden gemessen —

$$\frac{(180 - \alpha) - \omega_1}{(180 - \alpha) - \omega} = \frac{\frac{\widehat{E_0 E_2}}{2}}{2\pi E} = \frac{1}{2f}$$

ist, insofern nämlich $E_0 E_2$ den $f$ten Theil des Umfanges ausmacht. Beide Seiten von 1 abgezogen, liefert

$$\omega_1 - \omega = (180 - \alpha - \omega)\left(1 - \frac{1}{2f}\right).$$

Wenn nun der Winkel ω_z für Z Schaufeln als eine Function von Z durch eine ähnliche, aber allgemeine Gleichung dargestellt werden soll, so bieten sich für die Form dieser Darstellung keine weiteren Anhaltspunkte als die, daß diese Gleichung nicht nur für $Z = 1$ die obige Gleichung wiedergeben muß, sondern auch, daß für $Z = \infty$, $\omega_\infty = \omega$, also die linke Seite $= 0$ werden muß.

Dem leistet folgende Gleichung in einfachster Weise Genüge:

$$\omega_z - \omega = (180 - \alpha - \omega)\left(1 - \frac{1}{2f}\right)^z \quad . \quad . \quad . \quad (103\,b).$$

Soll nun aber der wirkliche mittlere Austrittswinkel, also $\omega_z = 90°$, und der wirkliche Endwinkel der Schaufel $= \delta_z$ sein, so wird erstens der theoretische Austrittswinkel $\omega < 90°$ sein und zweitens der Gl. (91) genügen müssen. Also:

$$\frac{e E^2}{a A^2}(\operatorname{cotg} \delta_z - \operatorname{cotg} \omega) = \operatorname{cotg} \alpha - \operatorname{cotg} \beta.$$

Digitized by Google

Der absolute Wasserweg für $Z = 0$ ist bei axialen und äußeren Turbinen ohne Weiteres durch den Winkel α gegeben; nicht so für innere Turbinen. Doch hat er für das Vorliegende nicht eine solche Bedeutung, daß er zu einer näheren Untersuchung Veranlassung geben könnte. Dagegen soll der absolute Wasserweg für $Z = \infty$ construirt werden. Die Gestalt desselben nehmen Andere, und an deren Spitze H. Wiebe, als gegeben an, und gründen darauf die Schaufelform.

Construction des absoluten Wasserweges.

Die Zeit T_x, in welcher das Wasser den Weg $E_1\, x = y$ (Fig. 6) zurücklegt, ist

$$dy = c_x\, dT_x,$$

oder, da nach Gl. (69)

$$c_x = \frac{y^2}{l^2}(c_a - c_e) + c_e \text{ ist:}$$

Ebenso aber auch unter δ den theoretischen Winkel verstanden:

$$\frac{eE^2}{aA^2}(\operatorname{cotg}\delta - \operatorname{cotg}\omega_a) = \operatorname{cotg}\alpha - \operatorname{cotg}\beta;$$

daraus und weil $\omega_a = 90°$ ist, hat man

$$\operatorname{cotg}\delta_a = \operatorname{cotg}\delta + \operatorname{cotg}\omega,$$

und mit Hülfe von Gl. (103b)

$$\operatorname{cotg}\delta_a = \operatorname{cotg}\delta + \operatorname{tg}\frac{90 - \alpha}{\left(1 - \frac{1}{2f}\right)^{-a} - 1} \quad \ldots \quad (103c).$$

Auf Fig. 6 angewandt, ist:

$$\alpha = 26°\,33'\,53'', \quad \delta = 30°\,4'\,34'',$$

$$\frac{1}{f} = 0{,}18034 \text{ und } Z = 30.$$

Das giebt:

$$90 - \omega = 3°\,57'\,32''$$

und den corrigirten Winkel

$$\delta_a = 29'\,6'\,15''.$$

Einen größeren praktischen Werth wird die Formel (103c) erst gewinnen, wenn durch Versuche das Ablenkungsvermögen der Schaufeln näher ermittelt ist. Es ist im Allgemeinen wohl größer, als oben angenommen wurde, und dann der Coefficient von f kleiner, als 2.

Auch auf die Leitschaufeln läßt sich eine derartige Correctur anwenden.

Digitized by Google

$$d\mathfrak{T}_x = \frac{dy}{\frac{y^2 (c_a - c_e)}{l^2} + c_e};$$

$$\mathfrak{T}_x = \int_0^y \frac{dy}{y^2 \frac{c_a - c_e}{l^2} + c_e} = \frac{l}{\sqrt{c_e (c_a - c_e)}} \cdot \operatorname{arccotg} \frac{y}{l} \sqrt{\frac{c_a}{c_e} - 1}$$

. . . (104).

Und für y die ganze Schaufellänge l substituirt, liefert die ganze Durchgangszeit

$$\mathfrak{T} = \frac{l}{\sqrt{c_e (c_a - c_e)}} \cdot \operatorname{arccotg} \sqrt{\frac{c_a}{c_e} - 1} \qquad (104\,a).$$

In dem vorliegenden Beispiel war gefunden worden:

$$c_a = 12{,}92;\ c_e = 7{,}707 \text{ und } l = 0{,}65;$$

dem entsprechend ist

$$\mathfrak{T} = 0{,}07 \text{ Secunden oder } \tfrac{1}{8} \text{ Radumdrehung.}$$

Um nun einen dem x entsprechenden Punkt x_1 des Wasserweges zu finden, hat man nur den Bogen

$$x x_1 = \frac{X}{A} v_e \mathfrak{T}_x$$

oder

$$x x_1 = \frac{v_e X}{A} \cdot \frac{l}{\sqrt{c_e (c_a - c_e)}} \cdot \operatorname{arccotg} \frac{y}{l} \sqrt{\frac{c_a}{c_e} - 1} \quad (105),$$

von x aus abzutragen.

Für $X = 1{,}25$ wird die Bogenlänge $x x_1 = 0{,}47$, und für

$$x = A;\ A_1 A_2 = 0{,}8.$$

Hinsichtlich der gegenseitigen geometrischen Abhängigkeit des Wasserweges von der Schaufelform ist noch Folgendes bemerkenswerth:

Die Gl. (91) läßt sich allgemein schreiben:

$$\frac{c_x X^2}{a A^2} (\operatorname{cotg} \delta - \operatorname{cotg} \omega) = \operatorname{cotg} \alpha_x - \operatorname{cotg} \beta_x \quad (105\,a)$$

$$(\beta_x = 180 - \delta_x \text{ in Fig. 6}).$$

In dieser Gleichung, in welcher δ und ω specielle Werthe von β_x und α_x sind, kann die Bedeutung von β_x und α_x vertauscht werden, falls ein solcher Tausch zwischen δ und ω gleichzeitig vorgenommen wird, und zwar so, daß, nachdem durch

Digitized by Google

α_x und ω Schaufel-, durch β_x und δ dagegen Wasserwegwinkel vorgestellt werden.

Von einem Paar der Gl. (91) nach zusammengehörigen Curven kann demnach nach Belieben die eine oder die andere als Schaufelform angenommen werden, während durch die zugehörige der Wasserweg vorgezeichnet ist.

Ueber die Unvollkommenheit der Wasserführung durch die Leitschaufeln kann man auf einem ähnlichen Wege zu einem Urtheil gelangen, wie er beziehlich der Radschaufeln gezeigt worden ist.

Daß die mittleren Wasserwege in einer Rotationsfläche liegen, welche im Allgemeinen von der mittleren Drehungsebene — z. B. bei Erweiterung der Radhöhe nach innen — abweicht, ist ein Umstand, welcher zu beachten und dessen Einfluß auf den Winkel, welcher in der Rotationsfläche gemessen, den Werth δ haben muß, leicht zu erkennen ist.

Viertes Beispiel. Es soll wieder, wie in der vorigen Aufgabe,

1) $\alpha = 26^\circ\ 33'\ 53''$ oder $\operatorname{tg}\alpha = 0{,}5$,

2) $\frac{A}{E} = \frac{2}{3}$,

3) $t^2 = 13$ angenommen werden.

Dagegen sollen die Radschaufeln gerade sein, also nach Gl. (66)

4) $\frac{-\cos\beta}{\cos\delta} = \frac{A}{E}$.

Den Winkel β findet man durch Combination der letzteren Bedingungsgleichung mit Gl. (27). Diese führt zu

$$\operatorname{tg}\beta^2 = \frac{E^2}{A^2} + \frac{E^4}{A^4}\,\frac{2\operatorname{tg}\beta}{(t^2-1)(\operatorname{tg}\beta - \operatorname{tg}\alpha)} - 1 \quad (106).$$

Dies ist eine Gleichung vom dritten Grade mit drei reellen Wurzeln, von denen aber nur eine brauchbar ist, indem die zweite einen zu großen stumpfen und die dritte einen spitzen Winkel für β liefert. Man findet:

$$\operatorname{tg}\beta = -1{,}867 \text{ oder } \beta = 126^\circ\ 11'.$$

Digitized by Google

Es liegt sonach β nahezu in der Mitte zwischen $90° + \alpha$ und $90° + 2\alpha$.

Aus $\cos\delta = -\cos\beta \cdot \frac{E}{A}$ folgt

$$\delta = 27° 41'.$$

Wegen Gl. (34) ist

$$\frac{e}{a} = 0{,}6852,$$

und durch Gl. (21 d) u. s. w.:

$$m = 1{,}5385;$$
$$v_o = 0{,}79386 \,.\, u;$$
$$c_o = 0{,}36010 \,.\, u;$$
$$\frac{h}{H} = 0{,}88;$$
$$h = 8{,}8;$$
$$u = 23{,}452;$$
$$c = 15{,}243;$$
$$v_o = 18{,}618;$$
$$v_a = 12{,}412;$$
$$c_o = 8{,}4448;$$
$$c_a = 14{,}017;$$
$$\frac{c_a}{c_o} = 1{,}6598.$$

Für $\frac{a}{a} = \frac{8}{7}$ und $\vartheta = 3$ ist:

$$A = 1{,}0034$$

oder abgerundet

$A = 1$ und $E = 1{,}5$; $a = 0{,}333\ldots$; $Z = 30$; $N = 30$;

$$\sigma_a = 0{,}01216.$$

Wird wieder

$$\sigma_o = \sigma_a \text{ und } \frac{e}{e} = \frac{a}{a},$$

so ist:

$$\sigma = 0{,}0116;\ e = 0{,}21174 \text{ und } D = 1{,}633.$$

Es ist der hydraulische Wirkungsgrad

$$\varkappa = 0{,}812$$

und der wahre

$$\eta = 0{,}755;$$
$$L_\varkappa = 12{,}535;$$

Digitized by Google

$$L_\eta = 11{,}657 \text{ Pferdekräften};$$
$$n = 118{,}5 \text{ Umdrehungen}.$$

Die Länge der Radschaufeln ist aus

$$l^2 = A^2 + E^2 + 2AE\cos(\beta + \delta)$$
$$l = 0{,}746;$$

und aus Gl. (104a) die Durchgangszeit des Wassers durch das Rad

$$\mathfrak{T} = 0{,}0742 \text{ Secunden}$$

oder annähernd $\frac{1}{7}$ der Zeit einer Umdrehung.

Fünftes Beispiel. (Fig. 7). Es sollen wieder gerade Schaufeln Anwendung finden und auch wieder wie in den beiden vorhergehenden Aufgaben sein:

1) $\alpha = 26^\circ\ 33'\ 53''$;
2) $t^2 = 13$.

Aber dem vierten Fall entsprechend

3) $\beta = 90^\circ + \alpha = 116^\circ\ 33'\ 53''$.

Und der geraden Schaufeln wegen

4) $\frac{E}{A} = \frac{\cos\delta}{-\cos\beta} = \frac{\cos\delta}{\sin\alpha}$.

Diesen Werth von $\frac{E}{A}$ in die Gl. (27) eingesetzt, liefert:

$$\frac{1}{\cos^2\delta} = \tfrac{1}{2} + \sqrt{\tfrac{1}{4} + \frac{2\,\mathrm{cotg}^2\alpha}{t^2 - 1}} \quad . \quad . \quad . \quad (107)$$

oder

$$\frac{1}{\cos^2\delta} - 1 = \mathrm{tg}^2\delta = \sqrt{\tfrac{1}{4} + \frac{2\,\mathrm{cotg}^2\alpha}{t^2 - 1}} - 0{,}5 \quad (107\,a);$$

$\mathrm{tg}^2\delta = 0{,}45742$; $\delta = 33^\circ\ 46'$ und $\frac{E}{A} = 1{,}8523$;

ferner aus Gl. (34):

$$\frac{e}{a} = 0{,}49855.$$

Mit Hülfe von Gl. (54) u. d. f. hat man

$$m = \sqrt{\frac{13}{6}} = 1{,}4886;$$

$$\frac{h}{H} = 0{,}88 \text{ und } h = 8{,}8,$$

macht wieder

Digitized by Google

$$u = 23{,}452; \quad c = 16{,}302;$$
$$v_e = 17{,}813; \quad v_a = 9{,}617;$$
$$c_e = 7{,}966; \quad c_a = 11{,}610;$$
$$\frac{c_a}{c_e} = 1{,}4574.$$

Werden wieder $\vartheta = 3$ und die Schaufeln so stark angenommen, daß

$$\frac{a}{a} = \frac{8}{7} \text{ und } \frac{e}{a} = \frac{e}{a}$$

ist, so ergiebt sich wie im vorigen Beispiel:

$$A = 1, \text{ dagegen } E = 1{,}8528;$$
$$a = 0{,}333\ldots; \quad e = 0{,}1662; \quad D = 1{,}633.$$

Vermöge Gl. (68) ist $Z = 20$.

Die Leitschaufeln sind in Fig. 7 ebenfalls gerade gemacht und deren Anzahl 30 beibehalten worden.

Die Leistung ist dieselbe wie vorhin; dagegen die Anzahl Umdrehungen

$$n = 91{,}886.$$

Es soll in diesem Beispiel auch noch die Größe des Spaltendruckes gesucht werden oder eigentlich der Ueberdruck des Wassers von einem an der Uebergangsstelle über den von außen wirksamen Druck. Dieser Ueberdruck hat deshalb eine praktische Bedeutung, weil die durch den Spalt verloren gehende Wassermenge nicht nur im Verhältniß zur Größe derselben steht, sondern auch proportional zur Wurzel aus jenem Ueberdruck ist.

Der innere Spaltendruck ist nach Gl. (4) einer Druckhöhe entsprechend von:

$$x = \mathfrak{A} + h - h_1 - \frac{c^2}{2g};$$

der äußere Gegendruck ist aber $= \mathfrak{A} - h_1$;
der Ueberdruck x_1 demnach:

$$x_1 = h - \frac{c^2}{2g}.$$

Hier ist aber unter h die theoretische Gefällhöhe verstanden, und würde diese auch allein maßgebend sein, wenn

Digitized by Google

der Gefälleverluſt $H - h$ ſich als nicht über den Spalt hinaus erſtreckend angenommen worden wäre. Der Waſſerdruck erleidet aber nach dem auf Seite 172 Geſagten jenen Verluſt nur zum Theil, und wir wollen hier näherungsweiſe annehmen zur Hälfte, bis zur Uebergangsſtelle. Demnach würde $H - \frac{H-h}{2}$ an die Stelle von h in der Gleichung für x_1 zu treten haben, und ſtellt ſich als wirklicher Ueberdruck x_2 heraus

$$x_2 = \frac{H+h}{2} - \frac{c^2}{2g} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (108).$$

Wegen Gl. (54) iſt aber

$$\frac{c^2}{2g} = \frac{u^2}{2g} \cdot \frac{t^2-1}{2t^2} = h \frac{t^2-1}{2t^2};$$

dies mit Gl. (108) verglichen, liefert:

$$x_2 = \frac{H}{2}\left(1 + \frac{h}{H} \cdot \frac{1}{t^2}\right) \quad . \quad . \quad . \quad (109).$$

Nach Einſetzung der zugehörigen Zahlenwerthe

$$x_2 = 5\,(1 + 0{,}06769) = 5{,}3384.$$

Der äußere Gegendruck kann aber vermehrt und dadurch der Ueberdruck vermindert werden, wenn das Rad, wie es bei dieſer Art Turbinen der Fall zu ſein pflegt, in einem geſchloſſenen Gehäuſe geht, und das über und unter dem Rade eingeſchloſſene Waſſer mit in Rotation verſetzt wird. Es kann dies etwa durch auf die Radkränze aufgeſetzte Flügel geſchehen. Der Gegendruck $A - h_1$ erhält auf dieſe Weiſe einen Zuwachs durch die Centrifugalkraft des rotirenden Waſſers.

Die Druckhöhe, welche dieſer entſpricht, möge mit x_3 bezeichnet werden. Sie läßt ſich mit Hülfe der Gl. (7) ausdrücken, deren rechte Seite den Druckzuwachs darſtellend allgemein gültig iſt, und alſo hier, wo c_a, c_e und $\Phi = 0$ ſind, und daher

$$x_3 = \frac{v_e^2 - v_a^2}{2g} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (110)$$

iſt. Dieſer Ausdruck geht nach Gl. (55) und (55a) über in

$$x_3 = h\left(1 - \frac{A^2}{E^2}\right) \cdot \frac{t^2-1}{2t^2} \cdot \frac{1}{\cos^2\alpha} \qquad (110a).$$

Digitized by Google

Die Zahlenwerthe substituirt, macht

$$x_3 = 3{,}597.$$

Als schädlicher Ueberdruck bleibt also nur noch ein der Höhe $5{,}8384 - 3{,}597 = 1{,}7414$ entsprechender.

II. Kreiselpumpen.

So sehr auch der Zweck einer Kreiselpumpe von dem einer Turbine verschieden ist, so lassen sich doch die Wirkungen beider auf ein und dieselben Grundsätze zurückführen. Die hier aufzustellenden geometrischen und dynamischen Bedingungen sind denen im vorigen Abschnitt aufgestellten ganz analog, und gelten daher auch alle darauf beziehlichen Gleichungen, wenn den analytischen Werthen ihre der Natur des Gegenstandes entsprechende Bedeutung gegeben wird.

So bedeuten jetzt:

Q das Förderquantum,

H die wirkliche Förderhöhe,

h die theoretische Förderhöhe,

L den wirklichen Kraftaufwand, welcher nöthig ist, um Q Cubikfuß Wasser pro Secunde auf die Höhe H zu fördern; und während der theoretische Kraftaufwand wieder $= Q\gamma H$ ist, sei der wahre Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{Q\gamma H}{L} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (111).$$

Die Bewegungsrichtung des Wassers und Rades in einer Kreiselpumpe ist der in einer Turbine entgegengesetzt, und es müßten danach eigentlich alle Geschwindigkeiten negativ genommen werden. Da aber eben alle Geschwindigkeitsmaße mit entgegengesetzten Vorzeichen zu behaften sein würden, so können sie auch eben so gut ihre Vorzeichen beibehalten.

Ferner ist unter A jetzt nicht mehr der Radius des Radumfanges zu verstehen, an welchem das Wasser austritt, sondern es ist jetzt:

A der Radius des Radumfanges, an welchem das Wasser in das Rad eintritt.

Digitized by Google

Und ebenso ist jetzt unter

E der Radius des Austrittsumfanges zu verstehen.

Den Bedeutungen von A und E entsprechend, ist jetzt:

w oder allgemein w_e die absolute Geschwindigkeit des Wassers am Eintrittsumfange, dessen Geschwindigkeit $= v_e$ ist, und

c die am Austrittsumfange, dessen Geschwindigkeit $= v_a$ ist;

c_e und c_a sind die zugehörigen relativen Geschwindigkeiten.

Es wird auch wieder die theoretische Gefällhöhengeschwindigkeit $\sqrt{2gh}$ mit u bezeichnet.

Endlich: während bei den Turbinen die Bewegungswiderstände die Wirkung der Gefällhöhe H verminderten, vermehren dieselben jetzt den Widerstand der Förderſäule. Die Widerstandshöhen sind also da positiv zu nehmen, wo sie, auf Turbinen angewendet, negativ auftraten. Die Widerstandshöhen sind überhaupt die einzigen Größen, deren Vorzeichen in den vorhandenen Gleichungen umzukehren sind.

Wenn wir auch zum Zweck der analytischen Behandlung des Gegenstandes eine Kreiselpumpe als eine umgekehrte Turbine betrachten, so ist doch noch zu bedenken, ob diese Umkehr auch in jeder anderen Beziehung praktisch ist.

Beziehlich der Turbinen wurde immer ein normaler Beharrungszustand vorausgesetzt. Es konnte solches auch stillschweigend geschehen, indem bekanntlich beim „Angehenlassen" das Wasser in Folge seiner Schwere die Turbine bald füllt und in Bewegung setzt. Bei der Ingangsetzung einer Kreiselpumpe aber wirkt die Schwere der förderlichen Bewegung gerade entgegen, und muß daher die Schwerkraft nicht nur durch eine andere Kraft, die Centrifugalkraft, überwunden werden, sondern es muß diese Letztere auch noch die bezweckte Bewegung des Wassers einleiten.

Dieser Anforderung kann nur entweder eine axiale

Digitized by Google

Kreiſelpumpe ($A = E$) oder eine äußere ($A < E$) Genüge leiſten.

Während die radialen Kreiſelräder die gewöhnlichen, die axialen aber ſelten ſind, baut man auch Räder nach einem Syſtem, welches man inſofern ein gemiſchtes nennen kann, als dieſelben von außen nach innen ſo geſchweift ſind, daß ſie aus der axialen Richtung ganz oder theilweiſe in die radiale übergehen. Ohne beſondere Schwierigkeit laſſen ſich die gegebenen Sätze auf ſolche Kreiſelräder anwenden. S. 70 iſt darauf ſchon hingedeutet worden.

Ein Beiſpiel liefern die „Verhandlungen des Vereines zur Beförderung des Gewerbefleißes in Preußen", 1867, Taf. XVII, an einer zum Betriebe eines Reactionsſchiffes dienenden Kreiſelpumpe.

Damit das Rad beim Angehenlaſſen dem Waſſer die anfängliche Bewegung mittheilen kann, muß dieſes mit jenem in Berührung ſein. Es muß daher entweder das Rad im Unterwaſſer gehen oder das Radgehäuſe muß ganz oder theilweiſe gefüllt werden, was nur dann geſchehen kann, wenn eine Saugeklappe im Saugerohr angebracht iſt.

In Betreff der von dem Kreiſelrad bei normalem Gange auf das zu fördernde Waſſer ausgeübten Wirkung iſt Folgendes hervorzuheben:

Das Waſſer gelangt vom Saugebehälter aus durch das Saugerohr mit der Geſchwindigkeit w in axialer, reſp. radialer Richtung ($\omega = 90^0$) in das Rad, indem der bis dahin freien Bewegung wegen eine andere Richtung nicht vorauszuſetzen iſt.

In einzelnen Fällen findet ein ungelenkter Zutritt des Waſſers nicht Statt, und giebt man dann demſelben eine ſolche Richtung, daß $\omega > 90^0$ wird. Es kommt alsdann die allgemeine Gleichung (91) ſtatt der Gl. (32a) in Anwendung. Die eben erwähnte Schiffs-„Turbine" iſt der Art gebaut, ferner eine von C. Fink conſtruirte Kreiſelpumpe, welche Bd. XII, Taf. I d. Z. mitgetheilt iſt.

Prof. Fink nimmt die radiale Geſchwindigkeit des Waſſers während ſeines Durchganges durch das Rad conſtant $= w$ und die tangentiale Geſchwindigkeit proportional der Entfer-

Digitized by Google

nung von der Axe an. Der absolute Wasserweg ist daher eine archimedische Spirale. Der ersteren Bedingung wegen kann in Gl. (105a) gesetzt werden:

$$\frac{\varepsilon_x X}{a A} = 1,$$

und wegen der zweiten

$$-\frac{w \cot g\, \alpha_x}{w \cot g\, \omega} = \frac{X}{A}.$$

Man erhält durch Substitution

$$\operatorname{tg} \alpha_x \cot g\, \beta_x = \operatorname{tg} \omega \cot g\, \delta,$$

daher auch

$$-\frac{\cot g\, \beta_x}{\cot g\, \delta} = \frac{X}{A},$$

und somit entspricht auch die Schaufelform einer archimedischen Spirale.

Ist die mittlere Höhe der Eintrittsstelle über dem Unterwasserspiegel, d. i. die Saugehöhe $= h_1$, und sind die Reibungswiderstände beim Eintritt in das Saugerohr und beim Durchgange durch dasselbe einer Druckhöhe $= h_y$ entsprechend, so ist die Pressungshöhe an jener Stelle

$$y = \mathfrak{A} - h_1 - \frac{w^2}{2g} - h_y \quad . \quad . \quad . \quad (112),$$

woraus zunächst folgt, daß, indem y nicht anders als positiv sein kann, die Saugehöhe h_1 kleiner als $\mathfrak{A} - \frac{w^2}{2g} - h_y$ sein muß.

Ist ferner wiederum die Widerstandshöhe für den Durchgang durch das Rad $= h_x$, so ist mit Rücksicht auf Gl. (7) die Pressungshöhe an der $\mathfrak{H}$ Fuß höher gelegenen Austrittsstelle

$$x = y + \frac{c_x^2 - c_0^2 - v_x^2 + v_0^2}{2g} - \mathfrak{H} - h_x$$

und durch Substitution aus Gl. (112) und Gl. (8)

$$x = \mathfrak{A} - h_1 - \frac{w^2}{2g} - h_y + h - \frac{c^2}{2g} - \mathfrak{H} - h_x \quad (113).$$

Bezeichnet man wie früher mit

h_a die Widerstandshöhe für den Leitboden, und mit

h_x die für das Druckrohr,

Digitized by Google

und hat das Wasser noch die Geschwindigkeit w bei seinem Austritt aus dem Druckrohr, so ist die an der Uebergangsstelle vermittelst der Pression x zu wältigende Höhe gleich der hydrostatischen Druckhöhe

$$H - h_1 - \mathfrak{H} + \mathfrak{A} - \frac{c^2}{2g},$$

vermehrt um $h_a + h_x$ und eine Geschwindigkeitsverlusthöhe, welche durch $\frac{\mu(c^2 - w^2)}{2g}$ ausgedrückt werden möge, so daß man außer Gl. (113) eine zweite Gleichung für x hat:

$$x = H - h_1 - \mathfrak{H} + \mathfrak{A} - \frac{c^2}{2g} + h_a + h_x + \frac{\mu(c^2 - w^2)}{2g} \quad \ldots \quad (114),$$

daher

$$h = H + h_y + h_x + h_a + h_a - \frac{\mu w^2}{2g} + \frac{\mu c^2}{2g} + \frac{w^2}{2g} \quad (115).$$

Analog dem Geschwindigkeitscoefficienten für den Ausfluß, welchen wir bei Turbinen der günstigen Form der Leitmündungen wegen $= 1$ annehmen konnten, soll $(1 - \mu)$ der Coefficient für die Einströmung sein.

Die Umwandlung aus Geschwindigkeit in Pressung kann hier nicht als eine so vollständige angenommen werden, als in jenem umgekehrten Fall. Während c allmälig bis w sich vermindert, müßte theoretisch die Pressung um die Höhe $\frac{c^2 - w^2}{2g}$ wachsen.

Es wird aber hier vorausgesetzt, daß sie nur um

$$\frac{(1 - \mu)(c^2 - w^2)}{2g}$$

zunimmt, daher der Verlust an Pressung, wie oben angenommen,

$$\frac{\mu(c^2 - w^2)}{2g}$$

beträgt.

Setzt man in Gl. (115) der Kürze wegen wie früher

$$h_y + h_x = h_a \quad \ldots \quad (116),$$

und wie in Gl. (75c)

Digitized by Google

$$h_a + h_s = h\,\frac{t^2-1}{t^2}\left[\frac{2\zeta_a \sin^2\beta + \zeta_s\left(\sin^2\alpha + \frac{A^2}{E^2}\sin^2(\beta-\alpha)\right)}{4\sin\beta\cos\alpha\sin(\beta-\alpha)} + \frac{\zeta_a}{2(t^2-1)}\right],$$

auch nach Gl. (21 c)

$$\frac{c^2}{2g} = h\,.\,\frac{t^2-1}{t^2}\,\frac{2\sin^2\beta}{4\sin\beta\cos\alpha\sin^2(\beta-\alpha)};$$

ferner:

$$\frac{w^2}{2g} = h\cdot\frac{t^2-1}{t^2};\quad \frac{w^2}{2g} = h\cdot\left(\frac{w}{w}\right)^2\cdot\frac{1}{t^2},$$

so erhält man:

$$h = \frac{t^2}{t^2-1}\cdot\frac{H + h_s}{1 - \frac{\zeta_a - 2\mu\left(\frac{w}{w}\right)^2}{2(t^2-1)} - \frac{2(\mu+\zeta_a)\sin^2\beta + \zeta_s\left(\sin^2\alpha + \frac{A^2}{E^2}\sin^2(\beta-\alpha)\right)}{4\sin\beta\cos\alpha\sin(\beta-\alpha)}} \quad \ldots \quad (117).$$

Den hydraulischen Wirkungsgrad $\varkappa$ hat man in dem Verhältniß der Förderhöhe H zu der Summe der aufgewandten Pressungshöhen, welche gleich h ist. Demnach

$$\varkappa = \frac{H}{h} \quad \ldots \quad (118),$$

$$\varkappa = \frac{H}{H+h_s}\cdot\frac{t^2-1}{t^2}\left[1 - \frac{\zeta_a - 2\mu\left(\frac{w}{w}\right)^2}{2(t^2-1)} - \right.$$

$$\left. - \frac{2(\mu+\zeta_a)\sin^2\beta + \zeta_s\left(\sin^2\alpha + \frac{A^2}{E^2}\sin^2(\beta-\alpha)\right)}{4\sin\beta\cos\alpha\sin(\beta-\alpha)}\right] \quad (119).$$

Es läßt sich nun ermitteln, für welchen Werth von β der hydraulische Wirkungsgrad ein Maximum wird. Es muß α als gegeben betrachtet und β so gewählt werden, daß in Gl. (119) der Ausdruck — nach Ausscheidung des constanten Factors $\frac{1}{4\cos\alpha}$ —

$$M = \frac{2(\mu+\zeta_a)\sin^2\beta + \zeta_s\sin^2\alpha + \zeta_s\frac{A^2}{E^2}\sin^2(\beta-\alpha)}{\sin\beta\sin(\beta-\alpha)} \quad (120),$$

ein Minimum wird.

Um zu dem Ende die erste Ableitung vom M nach einer Function von β zu nehmen, schreibe man:

Digitized by Google

$$M = 2(\mu + \zeta_n)\frac{\sin\beta}{\sin(\beta-\alpha)} + \zeta_n \cdot \sin^2\alpha \cdot \frac{1}{\sin^2\beta} \cdot \frac{\sin\beta}{\sin(\beta-\alpha)} +$$
$$+ \zeta_n \frac{A_2}{E^2} \frac{\sin(\beta-\alpha)}{\sin\beta},$$

indem

$$\frac{\sin(\beta-\alpha)}{\sin\beta} = \sin\alpha(\operatorname{cotg}\alpha - \operatorname{cotg}\beta)$$

und

$$\frac{1}{\sin^2\beta} = 1 + \operatorname{cotg}^2\beta$$

ist:

$$M = \frac{2(\mu+\zeta_n)}{\sin\alpha} \cdot \frac{1}{\operatorname{cotg}\alpha - \operatorname{cotg}\beta} + \zeta_n \sin\alpha \cdot \frac{1+\operatorname{cotg}^2\beta}{\operatorname{cotg}\alpha - \operatorname{cotg}\beta} +$$
$$+ \zeta_n \frac{A^2}{E^2} \sin\alpha(\operatorname{cotg}\alpha - \operatorname{cotg}\beta).$$

Der Kürze wegen bezeichne man:

$\frac{2(\mu+\zeta_n)}{\sin\alpha}$ mit p,
$\zeta_n \sin\alpha$ " q,
$\zeta_n \frac{A^2}{E^2} \sin\alpha$ " r,
$\operatorname{cotg}\alpha$ " b,
$\operatorname{cotg}\beta$ " x, also

$$M = \frac{p}{b-x} + q \cdot \frac{1+x^2}{b-x} + r \cdot (a-x).$$

Es ist:

$$\frac{dM}{dx} = \frac{p}{(p-x)^2} + q \cdot \frac{2x(b-x)+1+x^2}{(b-x)^2} - r = 0$$

zu nehmen, daraus findet sich

$$p + q(2bx - x^2 - b^2 + b^2 + 1) = (b-x)^2 \cdot r,$$

$$b - x = \sqrt{\frac{p + q(b^2+1)}{q+r}};$$

da die zweite Ableitung

$$\frac{d^2M}{dx^2} = \frac{2q(b^2+1)}{(b-x)^3},$$

und $(b-x)$ wegen $\beta > \alpha$ immer positiv ist, so wird für

Digitized by Google

$$x = b - \sqrt{\frac{p + q(b^2 + 1)}{q + r}}$$

der Ausdruck M ein Minimum M_m, und zwar nach gehöriger Substitution von $b - x$ und x^2 aus dem Vorhergehenden:

$$M_m = 2\sqrt{(q + r)\,[p + q\,(b^2 + 1)]} - 2aq.$$

Wenn man resubstituirt, erhält man für $b - x$

$$\operatorname{cotg}\alpha - \operatorname{cotg}\beta = \frac{1}{\sin\alpha}\sqrt{\frac{2\,(\mu + \zeta_m) + \zeta_m}{\zeta_m \frac{A^2}{E^2} + \zeta_m}} \qquad (121),$$

$$\frac{\sin(\beta - \alpha)}{\sin\beta} = \sqrt{\frac{2\frac{\mu + \zeta_m}{\zeta_m} + 1}{\frac{A^2}{E^2} + 1}} \quad . \quad . \quad (122).$$

Für den Ausdruck, welcher ein Minimum werden sollte, für $\frac{M_m}{4\cos\alpha}$ nämlich, erhält man:

$$\frac{M_m}{4\cos\alpha} = \frac{\zeta_m}{2\cos\alpha}\sqrt{\left(\frac{2(\mu + \zeta_m)}{\zeta_m}\right)\left(\frac{A^2}{E^2} + 1\right)} - \frac{\zeta_m}{2} \qquad (123).$$

Setzt man den so erhaltenen Werth in die Gl. (117) statt des letzten Gliedes, so erhält man den maximalen hydraulischen Wirkungsgrad. Dieser ist um so größer, wie sich leicht ersehen läßt, je kleiner α und $\frac{A}{E}$, und je größer t ist.

Die Gleichungen (73) bis (73 b) lassen jedoch erkennen, wie die Wahl der Werthe für α, $\frac{A}{E}$ und t durch die praktisch zulässigen Dimensionen beschränkt ist.

Die Gleichungen (122) und (123) sind nicht nur dazu dienlich, die zweckmäßigste Größe des Winkels β und den Wirkungsgrad zu berechnen, wenn der Winkel α und das Verhältniß $\frac{A}{E}$ angenommen und die Coefficienten ζ_m und $(\mu + \zeta_m)$ bekannt sind, sondern auch umgekehrt dazu, um mit vorhandenen Kreiselpumpen durch Versuche genaue Werthe für diese Coefficienten zu ermitteln.

Es darf schließlich nicht unbeachtet gelassen werden, daß

Digitized by Google

die Gl. (122) nur zur Ermittelung des relativ vortheilhaftesten Reactionsgrades dienlich ist. Hinsichtlich des absolut vortheilhaftesten Grades kommt noch in Betracht, daß erstens mit der Reaction der Spaltendruck und mit diesem der Verlust an Förder- resp. Aufschlagwasser wächst. Es läßt sich der totale Wirkungsgrad aber nicht als Function des Spaltendruckes darstellen, indem der Wasserverlust auch von der Größe des Spielraumes zwischen Rad und Leitboden abhängt. Ein allgemeiner Werth für jenen kann aber gar nicht angenommen werden, nicht einmal ein minimaler. Er hängt ganz davon ab, inwieweit die Ausführung eine sorgfältige ist. Zweitens ist auch noch zu betrachten, daß der mechanische Widerstand der Reibung des Rades im Wasser und der Zapfenreibung, welche später näher bestimmt werden sollen, mit dem Reactionsgrad wächst.

Hinsichtlich des Spaltendruckes und der Radreibung ist es daher im Allgemeinen vortheilhaft, den Reactionsgrad etwas geringer zu nehmen, als ihn die Gl. (122) liefert.*)

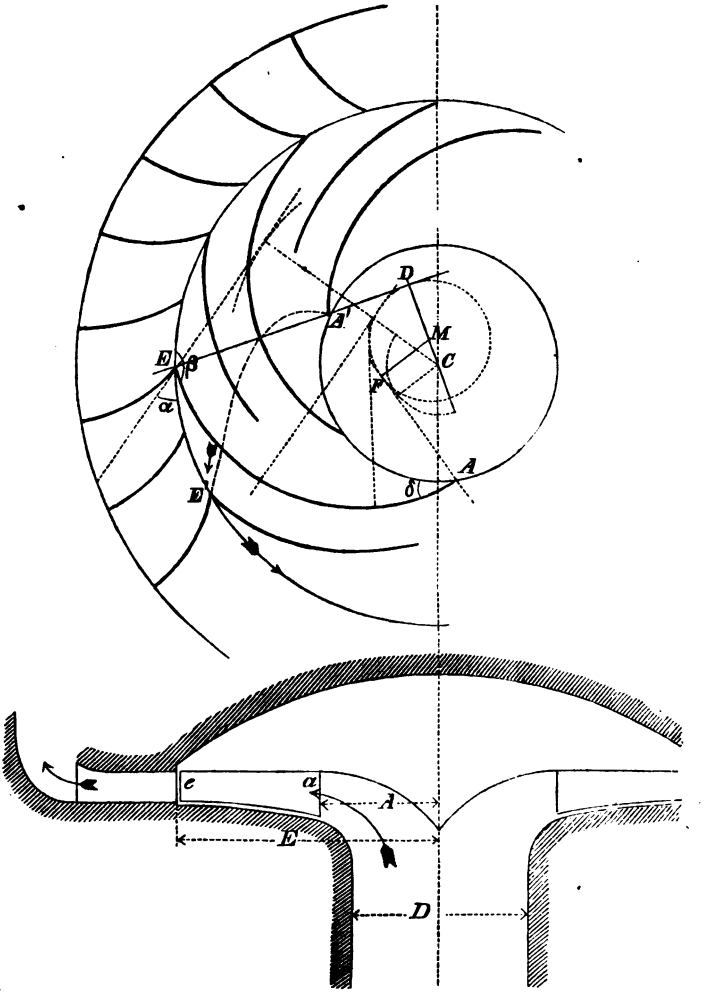
Für die Form der Rad- und Leitschaufeln sind dieselben Grundsätze maßgebend, und gelten dieselben Regeln, wie für die Turbinenschaufeln gegeben worden sind. Wenn daher die Schaufelform nicht durch eine gerade Linie oder durch einen Kreisbogen dargestellt ist, so ist die stärkere Krümmung immer den inneren Schaufelenden zu geben.

Während bei Turbinen convexe Radschaufeln nicht vorkommen, finden sie hier häufig Anwendung. Es ist ganz zweckmäßig, solche Schaufeln nach Kreisevolventen zu construiren, da man vermittelst derselben eine möglichst gleichmäßige Zu- oder Abnahme der Canalweiten von Innen nach Außen erzielt, siehe Fig. 10. Für den Fall, daß die Weite der Radcanäle am Eintritt gleich der am Austritt, oder daß $\frac{2\pi A}{Z} \sin\delta = \frac{2\pi E}{Z} \sin\alpha$ ist, macht sich das grundsätzliche Erforderniß geltend, die Canalweite ganz gleichförmig zu machen.

*) Auch auf Turbinen haben die Gleichungen (117), (119), (122) und (123) Anwendung, wenn man $\mu = 0$ setzt und die Vorzeichen von ζ_a und ζ_s umkehrt.

Digitized by Google

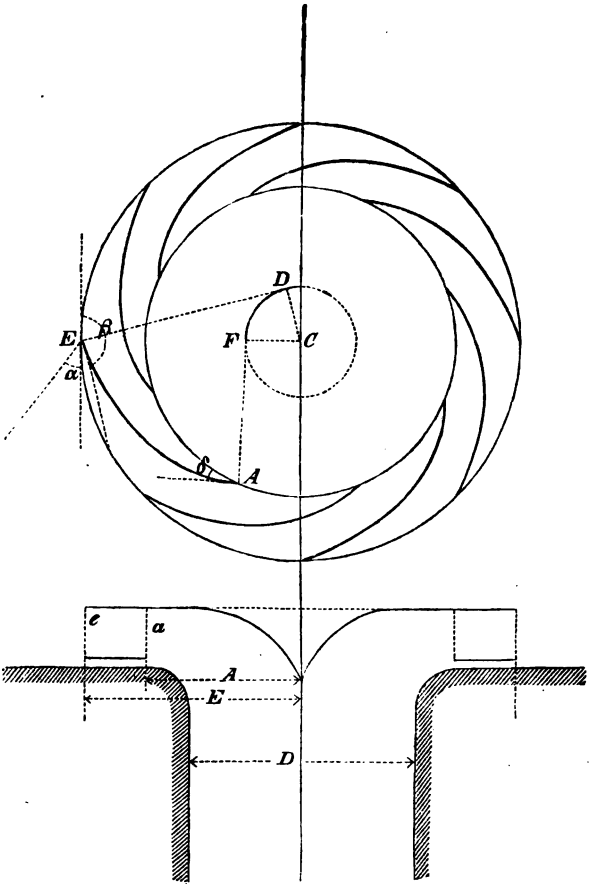
Fig. 10



Dieſer Anforderung kann aber nur die Kreisevolvente entſprechen, und zwar eine ſolche, deren Grundkreis concentriſch mit dem Rade iſt, ſiehe Fig. 11. Denkt man ſich auf dem erzeugenden Faden zwei feſte Punkte in einer der Canalweite gleichen Entfernung von einander gegeben, und beſchreibt man

Digitized by Google

Fig. 11



mit diesen gleichzeitig zwei Evolventen, so bilden letztere einen Canal von durchweg gleicher Weite.

Die Anzahl der Radschaufeln Z ist wiederum der Gl. (67)

$$Z = \xi \frac{E + A}{E - A} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (124)$$

gemäß zu bestimmen. Aus einer Reihe bewährter Constructionen entnehmen wir im Mittel $\xi = 4$, und empfehlen daher

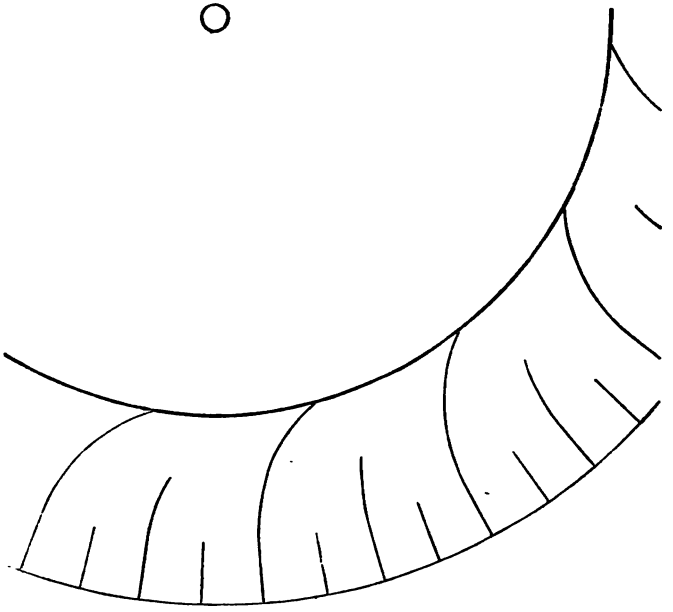
Digitized by Google

$$Z = 4\frac{E+A}{E-A} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (125).$$

Da die Austrittsenden der Schaufeln von größerem Einfluß auf die Wegrichtung des Wassers sind, als die Eintrittsenden, so erscheint es auch gerechtfertigt, daß man die letzteren bis etwa zur Kranzmitte wechselweise fehlen läßt, siehe Fig. 10. In diesem Fall aber möchte es wohl zu empfehlen sein, $\xi = 6$, wie bei Turbinen, zu nehmen.

Man kann vielleicht mit Vortheil zu einem dreitheiligen System von Schaufeln übergehen, wobei letztere über die ganze (1) Kranzbreite, ($\frac{2}{3}$) und ($\frac{1}{3}$) der äußeren sich erstrecken. Die Reihenfolge würde die sein, wie in Fig. 14 (1), ($\frac{1}{3}$), ($\frac{2}{3}$), ($\frac{1}{3}$), (1), ($\frac{1}{3}$) u. s. w.

Fig. 14



Bei Kreiselpumpen mit zweiseitigem Einlauf läßt man häufig die Radkränze weg, und verbindet dafür die Radschaufeln mit Armen oder mit einer in eine Mittelscheibe auslaufenden Nabe (in einem Stück gegossen). Die Schaufeln

Digitized by Google

gehen mit geringem Spielraum zwischen den Gehäusewänden. Die gesammten Reibungswiderstände des Wassers sind bei diesen Schaufelrädern etwas geringer, als bei jenen Zellenrädern, und wächst dieser Vorzug mit einer Abnahme des Winkels ($\alpha + 180 - \beta$). Dagegen gewähren die Zellenräder im Allgemeinen eine größere Sicherheit gegen Bruch, als die Schaufelräder. Die schon erwähnte C. Fink'sche Pumpe Bd. XII, Taf. I, ist mit einem Schaufelrade construirt

Die Leitschaufeln haben den Zweck, das Wasser von der Austrittsrichtung abzulenken, um es in das Druckrohr mit möglichst wenig Verlust durch innere Arbeit zu leiten. Die Leitcanäle müssen sich daher allmälig nach außen hin erweitern, so daß die Ausströmungsgeschwindigkeit allmälig theilweise in Pressung übergeht. In diesem Fall hat man für den Verlustcoefficienten μ den kleinsten Werth, den wir im Mittel $= 0{,}25$ annehmen, und $\zeta_n = 0{,}1$.

Die Lage des Druckrohres beziehlich zur Radaxe wird wesentlich bestimmt durch die Form und Zahl der Leitschaufeln. Schließt sich das Druckrohr concentrisch zur Axe und parallel damit an das Radgehäuse an, so empfiehlt sich eine Anordnung, wie man sie bei den äußeren Turbinen hat, etwa wie in Fig. 10. Wenn dagegen, wie es am häufigsten vorkommt, das Druckrohr vom äußeren Umfang des Radgehäuses in tangentialer Richtung ausgeht, Fig. 12 und 13, so ist dieser Umfang selbst nichts anderes, als eine einzige Leitschaufel.

Bei Kreiselpumpen, welche große Wassermengen auf geringe Höhen zu fördern haben, läßt man häufig die Leitschaufeln fehlen. Es ist dann in der Regel das Druck- oder Steigerohr zu einem Behälter erweitert, innerhalb dessen das Kreiselrad arbeitet, und in welchen das Wasser mit der Geschwindigkeit c unmittelbar hineingeschleudert wird. Man kann dann genau oder ohne merklichen Fehler $w = 0$ annehmen, ferner $\zeta_n = 0$ und für μ seinen größten Werth $= 0{,}5$, und zwar schätzungsweise auf Beobachtungen des Verf. gestützt.

In den „Verhandlungen des Vereines zur Beförderung

Digitized by Google

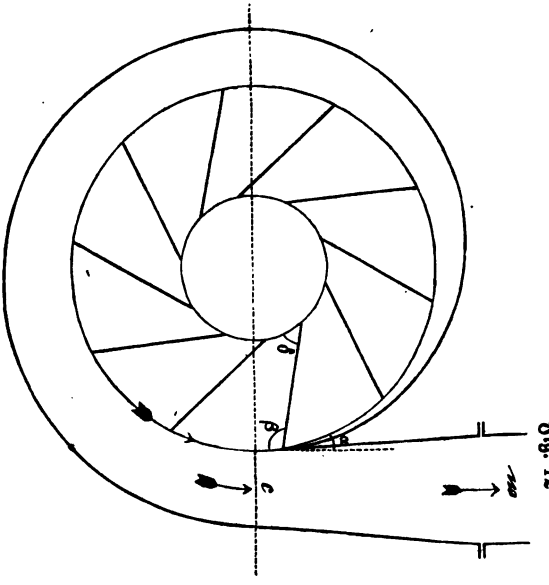


Fig. 12

des Gewerbefleißes in Preußen", 1867, Taf. XXI, ist ein Beispiel von einer solchen Pumpe gegeben.

Ehe wir zur Anwendung der bisher aufgestellten allgemeinen Sätze auf weitere Beispiele übergehen, sollen noch einige Umstände näher betrachtet werden, welche sich auf die Ingangsetzung von Kreiselpumpen beziehen.

Häufig ist es nicht zulässig, der Pumpe beim Angehen-

Digitized by Google

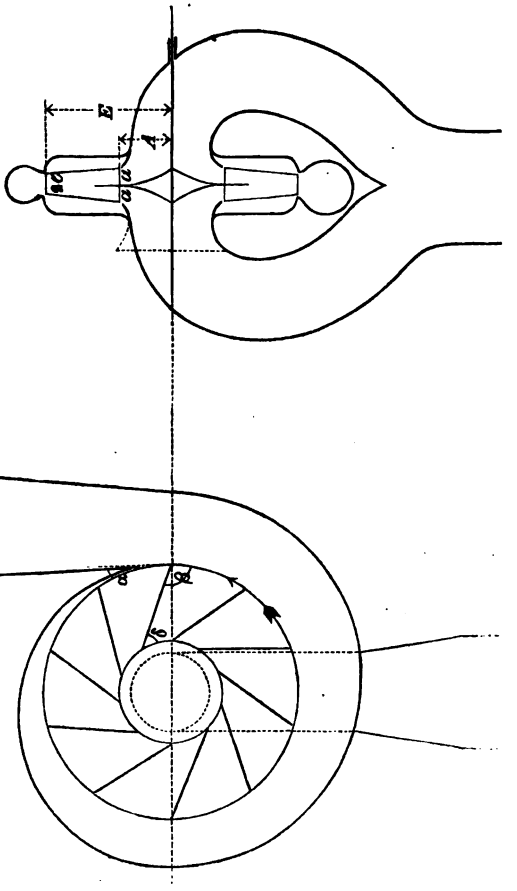


Fig. 13

lassen eine größere Umfangsgeschwindigkeit, als die gewöhnliche Betriebsgeschwindigkeit v_a zu geben, und sie muß Wasser geben, ohne daß es nöthig ist, diese Geschwindigkeit zu überschreiten. Sei es nun, daß bei der Ingangsetzung das Druckrohr ursprünglich bis zum Ausguß schon gefüllt war, oder daß es allmälig sich erst füllt, so wird man, um auf alle Fälle sicher zu gehen, immerhin annehmen müssen, daß zunächst noch die Geschwindigkeiten c_a, c_a, c u. s. w. (gleichzeitig aber auch h_a, h_a und b_a) gleich Null sind, und daß

Digitized by Google

also durch die Centrifugalkraft allein eine Druckhöhe erzeugt werden muß, welche etwas größer, als die Förderhöhe H ist.

Wenn man sonach c, c_a und $c_e = 0$ setzt und für diesen Fall v_e und v_a in v_e und v_a umändert, findet man aus Gl. (8) jene Druckhöhe $= \frac{v_e^2 - v_a^2}{2g}$, also

$$\frac{v_e^2 - v_a^2}{2g} = H$$

oder

$$\frac{v_e^2}{2g}\left(1 - \frac{A^2}{E^2}\right) = H \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (126).$$

Ferner ist, vergl. Gl. (22a),

$$\frac{v_e^2}{2g} = \frac{u^2}{2g} \cdot \frac{t^2 - 1}{2t^2}(1 - \operatorname{tg}\alpha \operatorname{cotg}\beta) =$$

$$= h \cdot \frac{t^2 - 1}{2t^2}(1 - \operatorname{tg}\alpha \operatorname{cotg}\beta)$$

und, vergl. Gl. (118),

$$h = \frac{H}{\varkappa},$$

daher

$$\frac{v_e^2}{2g} = \frac{t^2 - 1}{2t^2} \cdot \frac{H}{\varkappa} \cdot (1 - \operatorname{tg}\alpha \operatorname{cotg}\beta) \qquad (127).$$

Verglichen mit Gl. (126), liefert

$$\frac{v_e^2}{v_e^2} = \frac{2\varkappa \frac{t^2}{t^2 - 1}}{(1 - \operatorname{tg}\alpha \operatorname{cotg}\beta)\left(1 - \frac{A^2}{E^2}\right)} \quad . \quad . \quad (128).$$

Soll nun also die Geschwindigkeit beim Angehenlassen der bis zum Oberwasserspiegel gefüllten Pumpe nicht größer sein, als die gewöhnliche Betriebsgeschwindigkeit, so muß sein:

$$v_e \gtreqless v_e$$

oder

$$(1 - \operatorname{tg}\alpha \operatorname{cotg}\beta)\left(1 - \frac{A^2}{E^2}\right) \gtreqless 2\varkappa \cdot \frac{t^2}{t^2 - 1} \qquad (129).$$

Steht die Beziehung zwischen α und β nun fest durch Annahme oder durch die Gl. (122), und hat man mit einem

Digitized by Google

vorläufig angenommenen Werth von α mit Hülfe von Gl. (119) den Werth von x annähernd ermittelt, so kann näherungsweise der kleinste zulässige Werth von α durch die vorstehende Gleichung bestimmt werden.

Unter Anwendung der Gl. (122) z. B. findet man leicht

$$\cos\alpha < \frac{t^2-1}{2t^2x}\cdot\left(1-\frac{A^2}{E^2}\right)\sqrt{\frac{\frac{2(\mu+\zeta_a)}{\zeta_a}+1}{\frac{A^2}{E^2}+1}} \qquad (130).$$

Wenn $v_e < v_a$ ist, so wächst die Fördermenge von 0 bis Q, während die Geschwindigkeit von v_e bis v_a zunimmt. Geht die Geschwindigkeit über v_a hinaus, so würde die Förderung auf eine größere Höhe mit demselben Vortheil möglich sein. Der Ueberschuß dieser theoretischen Höhe über H bleibt unbenutzt, und nimmt daher der Wirkungsgrad ab, wenngleich das Förderquantum zunimmt.

Dieses Umstandes wegen muß in manchem Falle einer Kolbenpumpe der Vorzug gegeben werden.

Noch erheblicher ist der beregte Uebelstand, wenn der Bedingung (128) nicht Genüge geleistet wird, d. i., wenn $v_e \gtrless v_a$ ist. Man ist alsdann genöthigt, die Pumpe mit einer größeren Geschwindigkeit als v_a auf Kosten der Betriebskraft zu betreiben, damit sie nicht schon bei der geringsten Verlangsamung ganz versagt.

Die Frage, wie hoch eine Kreiselpumpe anzusaugen vermag, ohne vorher angefüllt zu sein, findet ihre Beantwortung auf demselben Weg, welcher zu den Ausdrücken (128) und (130) geführt hat.

Die durch die Centrifugalkraft erzeugte Druckhöhe

$$\frac{v_a^2}{2g}\left(1-\frac{A^2}{E^2}\right) = H_1, \text{ vergl. Gl. (126),}$$

gilt für jede Flüssigkeit, auch für atmosphärische Luft. Wenn nun das Kreiselrad sich in Luft mit der Umfangsgeschwindigkeit v_a bewegt, so wird einer Luftsäule von der Höhe H_1 das Gleichgewicht gehalten, und die Atmosphäre drückt mit einem entsprechenden Ueberdruck auf das Saugewasser. Dieser

Digitized by Google

Ueberdruck hält wiederum einer Wassersäule vom $\frac{H_1}{773} = h$ Fuß Höhe das Gleichgewicht.

Es ist also die Ansaugehöhe

$$h = \frac{1}{773} \cdot \frac{v_e^2}{2g} \left(1 - \frac{A^2}{E^2}\right) \quad . \quad . \quad . \quad (131).$$

Eine Vergleichung mit Gl. (127) liefert:

$$h = \frac{H}{773} \cdot \frac{t^2 - 1}{2t^2 \varkappa} (1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{cotg} \beta) \left(1 - \frac{A^2}{E^2}\right) \quad (132).$$

In den meisten Fällen ist die Fähigkeit des Ansaugens eine so geringe, daß sie in der Regel nicht einmal genügt, das Saugeventil zu heben. Die Pumpe muß daher stets so tief im Unterwasser stehen oder vor dem Angehenlassen so weit gefüllt sein, daß das Rad unter Wasser steht.

Sechstes Beispiel. Es soll eine zweiseitige Kreiselpumpe, wie Fig. 13, berechnet werden, zu deren Ingangsetzung, auch wenn sie ganz gefüllt ist, keine größere Geschwindigkeit nöthig ist, als die normale, und welche dabei mit einem möglichst hohen hydraulischen Wirkungsgrade arbeitet.

Es werde zunächst angenommen:

$$\frac{A}{E} = \frac{2}{5};$$

$$\frac{\mu + \zeta_a}{\zeta_a} = \frac{0{,}25 + 0{,}1}{0{,}2} = 1{,}75,$$

$$t = 5 \text{ und } w = w.$$

Es soll vorerst der maximale hydraulische Wirkungsgrad $\varkappa_m = \frac{H}{h}$ ermittelt werden. Man hat durch Einsetzung von Gl. (123) in (119)

$$\left.\begin{aligned} \varkappa_m \left(1 + \frac{h_a}{H}\right) \frac{t^2}{t^2 - 1} &= 1 + \frac{\mu \left(\frac{w}{w}\right)^2}{t^2 - 1} - \frac{\zeta_a}{2(t^2 - 1)} + \\ &- \frac{\zeta_a}{2 \cdot \cos \alpha} \sqrt{\left(\frac{2(\mu + \zeta_a)}{\zeta_a} + 1\right)\left(\frac{A^2}{E^2} + 1\right)} + \frac{\zeta_a}{2} \end{aligned}\right\} \quad (133).$$

Der Annahme entsprechend sei $v_e = v_e$. Man kann dann den Werth von $\cos \alpha$ aus Gl. (130) in die vorige Gleichung substituiren und erhält nach gehöriger Einrichtung:

Digitized by Google

$$x_m = \frac{t^2-1}{t^2} \cdot \frac{1+\mu\left(\frac{w}{w}\right)^2+\zeta_s \frac{t^2-2}{2(t^2-1)}}{1+\frac{h_s}{H}+\zeta_s \frac{1+\frac{A^2}{E^2}}{1-\frac{A^2}{E^2}}} \qquad (134).$$

Dem gegenüber, daß hiernach der Wirkungsgrad mit einer Verminderung von $\frac{A}{E}$ oder eigentlich einer Vergrößerung von E wächst, ist zu bedenken, ob nicht mit einer Vergrößerung des Rades auch ζ_s zunimmt.

Die Widerstandshöhe h_s für das Sauge- und Druckrohr soll vorläufig $= 0{,}05H$ angenommen werden. Man hat nun mit den angenommenen Werthen

$$x_m = \frac{24}{25} \cdot \frac{1+\frac{0{,}25}{24}+\frac{2{,}3}{24}}{1+0{,}05+\frac{2{,}8}{21}} = 0{,}81943.$$

Diesen Werth in Gl. (130) substituirt, liefert:

$$\alpha = 14^0\ 16'\ 30''.$$

Indem die linke Seite von Gl. (128) gleich der Einheit ist, findet sich

$$\operatorname{cotg}\beta = -\operatorname{cotg}\alpha\left(\frac{2x_m}{1-\frac{A^2}{E^2}} \cdot \frac{t^2}{t^2-1} - 1\right) \qquad (135)$$

und im vorliegenden Fall

$$\beta = 166^0\ 11'\ 12''.$$

Es ist ferner gegeben: Die Förderhöhe $H = 10$ Fuß, und das Förderquantum pro Secunde:

$$2Q = 2{,}8065 \text{ Cbkfß.}$$

Angenommen sind sechs ganze und sechs halbe Radschaufeln, wie in Fig. 10, von einer solchen Dicke, daß

$$\frac{a}{a} = 0{,}9 \text{ und } \frac{e}{e} = 0{,}84$$

ist. Es sei auch noch Gl. (71) $\vartheta = \frac{A}{a} = 3$. Man hat nun

$$h = \frac{H}{x_m} = 12{,}204,$$

Digitized by Google

$$u = \sqrt{2gh} = 27{,}617,$$

$$w = \frac{u}{t} = 5{,}5234,$$

Aus Gl. (73)

$$A = 0{,}267 \text{ und } E = 0{,}918,$$

$$a = \frac{A}{\delta} = 0{,}1234,$$

$$a = 0{,}1101.$$

Aus Gl. (21 c):

$$m = 1{,}2264; \quad c = 13{,}84;$$

wegen Gl. (22) u. s. w.

$$v_o = 27{,}293; \quad v_u = 10{,}92;$$

$$c_o = 14{,}294; \quad c_u = 12{,}255;$$

$$\operatorname{cotg} \delta = 1{,}9765; \quad \delta = 26^\circ\ 50'\ 9''.$$

Nach Gl. (30):

$$\frac{e}{a} = 0{,}6474; \quad e = 0{,}0712; \quad e = 0{,}0849.$$

Die Umdrehungszahl pro Minute:

$$n = \frac{60 \cdot v_o}{2\pi E} = 284.$$

Die lichte Weite D des Sauge- und Druckrohres ist so zu nehmen, daß $\frac{\pi D^2}{4} = 2a \times 2\pi A$ oder $D^2 = 16.aA$ ist. Das giebt $D = 0{,}848$.

Nimmt man die gesammte Rohrlänge $= 12$ und die Durchflußgeschwindigkeit gleich $\frac{a}{a} w = 4{,}97$ Fuß an, so findet man mit Hülfe der Weisbach'schen Formeln für den Leitungswiderstand den Coefficienten

$$\frac{h_o}{H} = 0{,}04 + 0{,}015 = 0{,}055.$$

Der erste Summand entspricht dem Widerstande in der geraden Röhrenstrecke, der zweite Summand dem Kniewiderstande an der Uebergangsstelle zwischen dem Saugerohre und dem Rade.

Durch die obige Annahme von $h_o = 0{,}05$ ist demnach ein Fehler gemacht worden, welcher aber nicht wesentlich ist.

Die Form der Schaufeln und auch die des absoluten

Digitized by Google

Wasserweges ist ähnlich der in Fig. 10 dargestellten. Die ganze Länge der Schaufel findet man durch Construction

$$l = 4\,(E - A) = 2{,}25,$$

und wird dieselbe von einem Mittelpunktswinkel von 190° eingeschlossen.

Die Zeit T, welche das Wasser zu seinem Durchgang durch das Rad braucht, drückt sich, da hier $(c_a - \bar{c}_e)$ negativ ist, durch eine andere Form des Integrales als das von Gl. (104) aus, nämlich durch

$$T = \frac{1}{2\sqrt{c_e\,(c_e - c_a)}} \cdot \ln \frac{\sqrt{c_e} + \sqrt{c_e - c_a}}{\sqrt{c_e} - \sqrt{c_e - c_a}} \qquad (136),$$

und zwar unter Rücksicht darauf, daß der Umkehr des Stromes wegen auch dy einen negativen Werth dem positiven T_a gegenüber hat.

Man findet

$$T = 0{,}17 \text{ Secunden.}$$

Der wirkliche Wasserweg liegt innerhalb eines Winkels von 284° 50′.

Es soll nun das Verhältniß des

$$\frac{\text{hydraulischen}}{\text{wahren}} \text{ Wirkungsgrades} = \frac{\varkappa}{\eta}$$

ermittelt und zu dem Ende der Kraftaufwand W berechnet werden, welchen die Reibung des Rades im Wasser verursacht.

Es sei f gleich dem Widerstande in Pfunden ausgedrückt, welcher hervorgerufen wird durch die Bewegung von 1 Quadratfuß Radkranzfläche im Wasser bei v Fuß Geschwindigkeit.

Wir halten die bekannte Weisbach'sche, den Rohrleitungswiderstand betreffende Formel zur Ermittelung von f für geeignet. Dieselbe ist:

$$h_v = \left(0{,}01489 + \frac{0{,}016921}{\sqrt{v}}\right) \frac{l}{b} \cdot \frac{v^2}{2g},$$

worin h_v die Widerstandshöhe, l die Länge der Rohrleitung und b die lichte Weite, also $\pi b l$ die benetzte Fläche derselben vorstellt.

Digitized by Google

Für die analytische Behandlung bequemer und mit genügender Annäherung läßt sich diese Formel schreiben:

$$h_v = \frac{0{,}031}{2g} \cdot \frac{l}{b} v^{1{,}82} \text{ oder } = \frac{\lambda}{2g} v^{\varepsilon} \cdot \frac{l}{b} \qquad (137).$$

Der zu wältigende Widerstand ist gleich dem Gewichte einer Wassersäule von der Höhe h_v und dem Durchmesser b, also $= h_v \frac{\pi d^2}{4} \gamma$, demnach

$$h_v \frac{\pi b^2}{4} \gamma = f . \pi d l,$$

und durch Verbindung mit Gl. (137) ist

$$f = \frac{\lambda \gamma}{8g} v^{\varepsilon} = \frac{0{,}031}{8g} v^{1{,}82} \quad . \quad . \quad . \quad (138).$$

Die Widerstandsarbeit W vertheilt sich auf zwei Kreisflächen von dem Durchmesser E mit v_o Umfangsgeschwindigkeit.

Für ein ringsförmiges Flächenelement vom Halbmesser x und der Breite dx, also vom Inhalt $2\pi x dx$ ist der Widerstand $= f \cdot 2\pi x dx$, und, indem die betreffende Geschwindigkeit $= \frac{x}{E} v_o$ ist, die unendlich kleine Arbeit mit Rücksicht auf Gl. (138)

$$dW = \frac{\lambda \gamma}{8g} \left(\frac{x}{E} v_o\right)^{\varepsilon} \cdot 2\pi x dx \cdot \frac{x}{E} v_o = \frac{\lambda \gamma \pi}{4g} \left(\frac{v_o}{E}\right)^{\varepsilon+1} \cdot x^{\varepsilon+2} dx.$$

Die Integration liefert für die beiden Kreisflächen:

$$W = 2 \cdot \frac{\pi \lambda \gamma v_o^{\varepsilon+1} E^2}{3g(\varepsilon+3)} \quad . \quad . \quad . \quad (139).$$

Der Kraftverbrauch Z für Zapfenreibung kann für ähnliche Anordnungen, wie die gegenwärtige, bei welcher die Radachse durch einen Riemen betrieben werden soll, wie folgt bestimmt werden.

Um die aus dem Gewichte des Rades mit Achse hervorgehende Reibung zu erhalten, nehmen wir jenes an

$$= 3{,}24 . \gamma E^2.$$

Die Geschwindigkeit des Riemens sei gleich 20 Fuß und dessen ziehendes Ende dreimal stärker gespannt, als das gezogene; dann ist der durch diese Spannung verursachte Druck auf das Lager

Digitized by Google

$$= 2 \cdot \frac{(2Q) \cdot \gamma H}{20 \cdot \eta};$$

die Zapfenstärke sei $\frac{1}{6}E$, und den Coefficienten der gleitenden Reibung nehmen wir wegen Vernachlässigung der Reibung in der Stopfbüchse reichlich $= \frac{1}{10}$, dann ist

$$\mathfrak{Z} = \frac{v_o}{120}\left(3{,}24\gamma E^2 + \frac{2 \cdot Q\gamma H}{10 \cdot \eta}\right) \quad . \quad . \quad (140).$$

Der Wasserverlust durch den Spalt soll hier, was bei guter Ausführung zulässig ist, vernachlässigt werden.

Man hat nun

$$\frac{x}{\eta} = \frac{\frac{2Q \cdot \gamma H}{x} + \mathfrak{W} + \mathfrak{Z}}{\frac{2Q \cdot \gamma H}{x}} = 1 + x \cdot \frac{\mathfrak{W} + \mathfrak{Z}}{2Q \cdot \gamma H} \quad (141).$$

Nach gehöriger Substitution von $\mathfrak{W}$ und $\mathfrak{Z}$

$$\frac{x}{\eta} = 1 + \frac{\pi \lambda v_o^{\varepsilon+1} E^2}{4g(\varepsilon+3)} \cdot \frac{x}{QH} + 0{,}0135\, v_o E^3 \frac{x}{QH} + \frac{v_o}{1200} \cdot \frac{x}{\eta}$$
$$\quad . \quad . \quad . \quad (142).$$

Wegen Gl. (73) und (22) hat man:

$$Q = A^2 \frac{2\pi}{\vartheta} \frac{a}{a} \cdot v_o \sqrt{\frac{2 \sin\beta \cos\alpha}{(t^2-1)\sin(\beta-\alpha)}};$$

ferner ist

$$H = h \cdot \frac{t^2-1}{t^2} x = \frac{u^2}{2g} \cdot \frac{t^2-1}{t^2} x,$$

und wegen Gl. (22) und (23) kann man auch schreiben:

$$H = \frac{v_o^2}{g} x \cdot \frac{\sin\beta \cos\alpha}{\sin(\beta-\alpha)},$$

daher

$$\frac{QH}{x} = \frac{v_o^2}{g} E^2 \left(\frac{A}{E}\right)^2 \cdot \frac{2\pi}{\vartheta} \cdot \frac{a}{a} \cdot \sqrt{\frac{2}{t^2-1}} \cdot \left(\frac{\sin\beta \cos\alpha}{\sin(\beta-\alpha)}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

Ueberträgt man diesen Ausdruck für $\frac{QH}{x}$ auf Gl. (142), und resubstituirt die Zahlenwerthe für λ, ε, g und π, so ergiebt sich

$$\frac{x}{\eta}\left(1 - \frac{v_o}{1200}\right) - 1 =$$
$$= \left(\frac{0{,}000804}{v_o^{0{,}18}} + \frac{0{,}06714\,E}{v_o^2}\right)\left(\frac{E}{A}\right)^2 \vartheta \frac{a}{a} \sqrt{\frac{t^2-1}{2}} \cdot \left(\frac{\sin(\beta-\alpha)}{\sin\beta\cos\alpha}\right)^{\frac{1}{2}}$$
$$\quad . \quad . \quad . \quad (143).$$

Digitized by Google

Setzt man auch weiter die in diesem Beispiel angenommenen und berechneten Zahlenwerthe ein, so hat man

$$\frac{\varkappa}{\eta} \cdot 0{,}97727 = 1 + 0{,}094714 + 0{,}018065,$$

$$\frac{\varkappa}{\eta} = 1{,}1386 \text{ und } \frac{\eta}{\varkappa} = 0{,}87821;$$

$$\eta = 0{,}72.^{*})$$

Der totale Arbeitsaufwand ist:

$$L = \frac{(2Q)\gamma H}{\eta} = 2408 \ (= 5{,}018 \text{ Pferdekräfte}).$$

Derjenige zum Betrieb der trocken und leer gehenden Pumpe ist $= \mathfrak{Z}$, und zwar

$$\mathfrak{Z} = 88{,}39 \ (= 0{,}184 \text{ Pferdekräfte}).$$

Die Widerstandsarbeit $(\mathfrak{W} + \mathfrak{Z})$ der Pumpe, sobald sie nicht fördert, aber in Wasser geht, was z. B. alsdann erfolgt, wenn die Mündung des Druckrohres verschlossen wird, ist:

$$\mathfrak{W} + \mathfrak{Z} = 293{,}3 \ (= 0{,}611 \text{ Pferdekräfte}).$$

Auch auf Turbinen lassen sich die oben entwickelten Widerstandsgleichungen anwenden.

Sowohl für $\frac{E}{A}$, als auch für t und β sind günstigere Werthe zulässig. Z. B. für $\frac{E}{A} = \frac{3}{2}$, $t^2 = 13$ und $\beta = 90 + \alpha$ beträgt das rechtsseitige Product von Gl. (143) nur $\frac{1}{11}$ des obigen.

Das Güteverhältniß der Turbinen ist daher ein bedeutend höheres, als das von Kreiselpumpen, deren Ingangsetzung bei der normalen Geschwindigkeit möglich ist.

Wenn auch die äußere Widerstandsarbeit des Rades einer inneren Turbine $\left(\frac{E}{A} < 1\right)$ kleiner, als die einer äußeren

*) Für eine einseitig saugende Pumpe mit denselben Constructionsverhältnissen werden E um $\sqrt{2}$ und die Widerstandsflächen 2 mal größer, daher

$$\frac{\varkappa}{\eta} = \frac{1 + 2 \cdot 0{,}0947 + 2 \cdot \sqrt{2} \cdot 0{,}18}{0{,}977} = 1{,}2586$$

und bei demselben Werth für $\varkappa$

$$\eta = 0{,}65.$$

Digitized by Google

$\left(\frac{E}{A} > 1\right)$ ist, so ist sie doch auch in dem letzteren Falle der inneren Widerstandsarbeit gegenüber so gering, daß diese in Anbetracht der Gl. (117) zu Gunsten der äußeren Turbinen den Ausschlag giebt.

Endlich läßt die Gl. (143) auch noch erkennen, wie wenig nachtheilig es ist, eine innere Turbine im Unterwasser gehen, anstatt frei hängen zu lassen. Bei dieser letzteren Anordnung ist der Verlust an Gefällhöhe, wenn sie nicht bedeutend ist, erheblicher.

Siebentes Beispiel. Häufig kann von der im vorigen Beispiel festgehaltenen Bedingung, auf welcher die Gl. (37) beruht, Abstand genommen werden, indem entweder die Anfangsgeschwindigkeit v_e größer, als die normale v_e sein kann, oder die anfängliche Wältigungshöhe geringer ist, als diejenige, auf welche das Wasser nachdem steigt.

Die Größenverhältnisse sollen so gewählt werden, daß der totale Wirkungsgrad η ein möglichst großer wird.

Die Verbindung von Gl. (133) mit Gl. (143), indem man $x = x_m$ annimmt, führt nur annähernd zum Ziel, aber hinreichend, wenn, wie beide Gleichungen es bedingen, α und wenn, wie aus Gl. (143) erhellt, auch β möglichst klein genommen wird.

Im Interesse des Werthes $\frac{x}{\eta}$ kommt es auch darauf an, $\frac{E}{A}$ nicht sehr groß zu nehmen. Es sei auch hier noch bemerkt, daß der Wirkungsgrad η entschieden mit der Förderhöhe wächst, denn die Potenzen $v_e^{0,18}$ und v_e^2 in Gl. (143) sind nicht von den besonderen Constructionsverhältnissen, sondern lediglich von H abhängig.

Die Verhältnisse für die absolut günstigste Leistung würde man finden, wenn man analog dem für x in Gl. (119) gegebenen Ausdruck einen ebenso unmittelbaren für η mit Hülfe jenes und dem aus Gl. (143) herstellen und daraus die verschiedenen Beziehungen herleiten würde, für welche η ein Maximum wird. Diese hier angedeutete Untersuchung ist aber für

Digitized by Google

das vorgesteckte Ziel einestheils zu weitläufig, anderentheils hat sie nicht eine ihrem theoretischen Werth gleichlaufende praktische Bedeutung, indem der maximale ökonomische Nutzen noch von anderen Größen, als den in die Function von η aufgenommenen, abhängig ist.

Anstatt dessen möge folgender Weg eingeschlagen werden.

In der Gleichung (119) werde α so gewählt, daß der Reactionsgrad ein Maximum wird. Demnach (siehe S. 14)

$$\alpha = \tfrac{1}{2}\beta - 45^\circ \text{ oder } 2\alpha = \beta - 90^\circ,$$

das macht

$$\sin(\beta - \alpha) = \cos\alpha \text{ und } \sin\beta = \cos 2\alpha,$$

und weil

$$\cos^2\alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2},$$

$$\cos^2\alpha = \frac{1 + \sin\beta}{2} \text{ und } \sin^2\alpha = \frac{1 - \sin\beta}{2},$$

also

$$\left.\begin{aligned} \varkappa\left(1 + \frac{h_s}{H}\right)\frac{t^2}{t^2-1} = 1 - \frac{\zeta_s - 2\mu\left(\frac{w}{w}\right)^2}{2(t^2-1)} + \\ - \frac{(\mu + \zeta_s)\sin^2\beta - \frac{1}{4}\zeta_s\left(1 - \frac{A^2}{E^2}\right)\sin\beta + \frac{1}{4}\zeta_s\left(1 + \frac{A^2}{E^2}\right)}{\sin\beta^2 + \sin\beta} \end{aligned}\right\} \quad (144),$$

$\varkappa$ wird ein Maximum für denjenigen Werth von $\sin\beta$, für welchen $\frac{d\varkappa}{d(\sin\beta)} = 0$ wird. Man erhält

$$\sin\beta = \zeta + \sqrt{\zeta^2 + \zeta} \quad . \quad . \quad . \quad (145).$$

Der kurzen Bezeichnung wegen ist hierbei:

$$\zeta = \frac{1 + \frac{A^2}{E^2}}{1 - \frac{A^2}{E^2} + \frac{4(\mu + \zeta_s)}{\zeta_s}} \quad . \quad . \quad . \quad (146).$$

Man erhält nur dann praktische Werthe für $\sin\beta$, wenn $\zeta \gtrless \frac{1}{3}$, überhaupt wenn $\frac{2(\mu + \zeta_s)}{\zeta_s} > 1$ ist.

So ist für $\frac{w}{w} = 1$, $\mu = 0{,}25$, $\zeta_s = 0{,}1$, $\zeta_s = 0{,}2$ und $\frac{A^2}{E^2} = \frac{1}{5}$, $\zeta = \frac{6}{37}$, und daraus

Digitized by Google

$$\sin\beta = 0{,}59178 \text{ und } \beta = 143^\circ\,43'\,12'',$$
$$\alpha = 26^\circ\,51'\,36''.$$

Ist auch wieder $t^2 = 25$, so findet man

$$\varkappa\left(1+\frac{h_o}{H}\right)\frac{t^2}{t^2-1} = 1 + \frac{0{,}3}{48} - \frac{0{,}1225 - 0{,}0118 + 0{,}06}{0{,}94188} =$$
$$= 1{,}00625 - 0{,}1813 = 0{,}825.$$

Man kann aber den Winkel β fast unbeschadet des hydraulischen Wirkungsgrades so vergrößern, daß α sehr klein wird. Z. B. für $\alpha = 10^\circ$, also $\beta = 110$, findet man

$$\varkappa\left(1+\frac{h_o}{H}\right)\frac{t^2}{t^2-1} = 1{,}00625 - 0{,}186,$$

also $\varkappa$ nicht ganz $\frac{1}{2}$ pCt. größer.

Nimmt man in jenem Fall wieder an:

$$\frac{h_o}{H} = 0{,}04,$$

so ist

$$\varkappa = \frac{24}{25}\cdot\frac{0{,}825}{1{,}04} = 0{,}7615.$$

Wenn man die Gl. (128) in der Form schreibt

$$\frac{v_c^2}{v^2} = \frac{2\varkappa\sin\beta\cos\alpha}{\sin(\beta-\alpha)\left(1-\frac{A^2}{E^2}\right)}\cdot\frac{t^2}{t^2-1},$$

so erscheint sie im vorliegenden Falle

$$\frac{v_c^2}{v_o^2} = \frac{2\varkappa\sin\beta}{1-\frac{A^2}{E^2}}\cdot\frac{t^2}{t^2-1} \quad \ldots \quad (147).$$

Die Einsetzung der obigen Zahlenwerthe liefert für

$\beta = 143^\circ\,43'\,12''$, $v_c = 1{,}05\,.\,v_o$ und für $\beta = 110^\circ$,

$$v_c = 1{,}52\,.\,v_o.$$

Ist nun eine so vergrößerte Anfangsgeschwindigkeit zulässig, so gewinnt man trotz des kleineren $\varkappa$ und der geringeren Reaction, vergl. Gl. (60), doch ein größeres η, indem der Factor in Gl. (143)

$$\left(\frac{\sin(\beta-\alpha)}{\sin\beta\cos\alpha}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{\sin\beta^{\frac{1}{3}}}$$

in dem letzteren Falle nur halb so groß ist, als im ersteren.

Digitized by Google

Achtes Beispiel. Es soll, wie in Fig. 11, eine Kreiselpumpe ohne Leitschaufeln construirt werden, mit parallelen Radkränzen und gleichförmig weiten Radcanälen gebildet durch Schaufeln von gleichförmiger Dicke und ganzer Länge.

Es ist alsdann nicht nur $e = a$, sondern auch

$$\frac{\varepsilon}{e} = \frac{\alpha}{a},$$

daher auch

$$e = a \text{ und } c_e = c_a.$$

Die Schaufeln müssen also (S. 299) nach einer Evolvente (Fadenlinie) mit concentrischem Grundkreis geformt werden.

Diesen Bedingungen entsprechen folgende zwei Gleichungen.

Aus Gl. (32a) wegen $e = a$:

1) $\frac{E^2}{A^2} \cdot \operatorname{cotg} \delta = \operatorname{cotg} \alpha - \operatorname{cotg} \beta.$

Ferner aus der Figur

2) $E \sin \beta = A \sin \delta$ oder

$$\operatorname{cotg}^2 \delta = \frac{A^2}{E^2} \cdot \frac{1}{\sin^2 \beta} - 1.$$

Auch sei Gl. (121) als Bedingungsgleichung gegeben, worin der Kürze wegen

$$\sqrt{\frac{\frac{2(\mu + \zeta_a)}{\zeta_a} + 1}{\frac{A^2}{E^2} + 1}} = \chi$$

gesetzt werden möge:

3) $\operatorname{cotg} \alpha - \operatorname{cotg} \beta = \frac{\chi}{\sin \alpha};$

1) verglichen mit 3) giebt

$$\operatorname{cotg}^2 \delta = \frac{A^4}{E^4} \frac{\chi^2}{\sin^2 \alpha}$$

und mit 2)

$$\frac{1}{\sin^2 \beta} - \frac{E^2}{A^2} = \frac{A^2}{E^2} \cdot \frac{\chi^2}{\sin^2 \alpha}.$$

Die Gl. 3) läßt sich auch schreiben:

$$\frac{1}{\sin^2 \beta} - 1 = \frac{(\cos \alpha - \chi)^2}{\sin^2 \alpha}.$$

Digitized by Google

Die Subtraction dieser beiden Gleichungen führt nach gehöriger Reduction zu einer quadratischen Gleichung, aus welcher man für α erhält:

$$\cos\alpha = \chi\frac{A^2}{E^2} \pm \sqrt{\chi^2\frac{A^4}{E^4} + \left(1-\frac{A^2}{E^2}\right)\left(1-\frac{A^2}{E^2}\chi^2\right)} \quad (148).$$

Für $\zeta_n = 0$, $\zeta_s = 0{,}2$, $\mu = 0{,}5$, $\frac{A}{E} = \frac{1}{2}$ ist: $\chi^2 = 4{,}8$. In diesem Fall ist in Anbetracht von Gl. (123) der Werth von $\cos\alpha$ mit dem positiven Zeichen vor der Wurzel zu wählen, und erhält man:

$$\cos\alpha = (\sqrt{2}+1)\sqrt{\tfrac{3}{20}} = 0{,}93502,$$

$$\alpha = 20^\circ\ 46'\ 5'',$$

$$\frac{1}{\sin^2\beta} = \frac{24}{11-6\sqrt{2}} + 4 = 13{,}766,$$

$$180 - \beta = 15^\circ\ 38'\ 6'',$$

$$\operatorname{cotg}^2\delta = \frac{A^2}{E^2}\cdot\frac{1}{\sin^2\beta} - 1 = 2{,}4415,$$

$$\delta = 32^\circ\ 37'\ 6''.$$

Wegen Gl. (34) und (34e) ist

$$\frac{t^2-1}{2} = \operatorname{cotg}\delta\ .\ \operatorname{cotg}\alpha = 4{,}1727;$$

$$t^2 = 9{,}3454;$$

$$m = \frac{E}{A}\cdot t\sin\alpha = 2{,}168;$$

ferner

$$v_e = 1{,}0157\ .\ u; \quad v_a = 0{,}5078\ .\ u;$$

$$c_e = c_a = 0{,}60684\ .\ u;$$

Gl. (119) liefert

$$\varkappa\left(1+\frac{h_a}{H}\right)\frac{t^2}{t^2-1} = 1 - 0{,}01198 - 0{,}21306.$$

Für $h_a = 0$ wird

$\varkappa = 0{,}69204$ und aus Gl. (128) $v_e = 0{,}9367\ .\ v_a$.

Unter Anwendung von Leitschaufeln für $\zeta_n = 0{,}1$ und $\mu = 0{,}25$ würde $\varkappa$ um 4 pCt. größer werden.

Das neunte Beispiel soll das eines Kreiselrades ohne Leitschaufeln von möglichst leichter Ausführbarkeit sein,

Digitized by Google

indem die Radkränze wieder wie vorhin parallel, aber die Schaufeln gerade und gleichförmig dick sind.

Wenn auch wieder $e = a$ ist, so ist doch jetzt $e > a$.

Wenn der innere Verengungscoefficient $\left(\frac{\alpha}{a}\right)$ gegeben ist, so findet man den Quotienten $\frac{e}{\alpha}$ wie folgt.

Analog der Gl. (74a) hat man, da $\sigma_e = \sigma_a$ ist,

$$1 - \frac{Z\sigma_a}{\sin\beta \cdot 2\pi E} = \frac{e}{e}.$$

Durch Elimination von σ_a aus Gl. (74a) ergiebt sich zunächst

$$\frac{e}{e} = 1 - \left(1 - \frac{\alpha}{a}\right)\frac{\sin\delta}{\sin\beta} \cdot \frac{A}{E} \quad . \quad . \quad . \quad (149),$$

daraus

$$\frac{e}{\alpha} = \frac{e}{\alpha}\left[1 - \left(1 - \frac{\alpha}{a}\right)\frac{\sin\delta}{\sin\beta}\frac{A}{E}\right] \quad . \quad . \quad (150),$$

und wegen $e = a$

$$\frac{e}{\alpha} = \frac{a}{\alpha} - \left(\frac{a}{\alpha} - 1\right)\frac{\sin\delta}{\sin\beta}\frac{A}{E} \quad . \quad . \quad (151).$$

Hiermit, mit Gl. (32a) und Gl. (66), hat man die erste Bedingungsgleichung

$$\frac{a}{\alpha}\operatorname{cotg}\delta + \left(\frac{a}{\alpha} - 1\right)\operatorname{cotg}\beta = \frac{A^2}{E^2}(\operatorname{cotg}\alpha - \operatorname{cotg}\beta)$$

oder

$$\operatorname{cotg}\alpha = \frac{E^2}{A^2}\left[\frac{a}{\alpha}\operatorname{cotg}\delta + \left(\frac{a}{\alpha} - 1 + \frac{A^2}{E^2}\right)\operatorname{cotg}\beta\right] \quad (152).$$

Den Werth für $\operatorname{cotg}\delta$ liefert Gl. (66), und zwar

$$\operatorname{cotg}\delta = \sqrt{\frac{\cos^2\beta}{\frac{A^2}{E^2} - \cos^2\beta}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{A^2}{E^2}(1 + \operatorname{tg}^2\beta) - 1}}.$$

Man muß, wie eine nähere Untersuchung darthut, es bei dieser allgemeineren Gleichung bewenden lassen und auf den größten hydraulischen Wirkungsgrad Verzicht leisten.

Die Gleichung (152) läßt für gute Verhältnisse eine nur enge Wahl der Werthe $\frac{A}{E}$ und β zu.

Es sei gegeben: $\frac{a}{\alpha} = \frac{10}{9}$.

Digitized by Google

Man nehme an:

$$\frac{A^2}{E^2} = \frac{1}{3} \text{ oder } \frac{E}{A} = 1{,}7321 \text{ und } \operatorname{tg}\beta = -2;$$

$$180^\circ - \beta = 63^\circ\,26'\,6''.$$

Dann ist

$$\operatorname{cotg}\delta = 1{,}22474; \quad \delta = 39^\circ\,13'\,50'';$$

$$\operatorname{cotg}\alpha = 3{,}41580; \quad \alpha = 16^\circ\,19'\,4''.$$

Nach Gl. (149) und (151):

$$\frac{e}{e} = 0{,}95918; \quad \frac{e}{a} = 1{,}06575.$$

Nach Gl. (34a) u. s. w.

$$t = 2{,}975; \quad m = 1{,}548;$$

$$v_e = 0{,}71808 \,.\, u;$$

$$c_e = 0{,}20358 \,.\, u; \quad c_a = 0{,}53148 \,.\, u.$$

Ferner angenommen:

$$w = 0; \quad h_a = 0; \quad \zeta_a = 0; \quad \zeta_a = 0{,}2 \text{ und } \mu = 0{,}5,$$

ist nach Gl. (119) der hydraulische Wirkungsgrad

$$\varkappa \frac{t^2 - 1}{t^2} (1 - 0{,}01274 - 0{,}26054),$$

$$\varkappa = 0{,}6446.$$

Zehntes Beispiel. Die Radkränze seien wieder parallel und die Schaufeln gleichförmig stark, aber concav, und zwar der Art, daß sie mit dem Austrittsumfang rechte Winkel bilden.

Diese Schaufelform findet man eigentlich nur bei Ventilatoren von Rittinger angewendet. Sie kann aber doch hier erörtert werden, indem sämmtliche Constructionen von Kreiselpumpen auch auf Ventilatoren Anwendung finden. Es ist also

$$\beta = 90^\circ,$$

und wieder

$$\sigma_e = \sigma_a; \quad e = a;$$

auch sei gegeben $\frac{a}{a}$.

Zunächst ist wegen Gl. (45)

Digitized by Google

$$\sin^2\delta = \frac{1}{1+\operatorname{cotg}^2\delta} = \frac{1}{1+\frac{t^2-1}{2}\cdot\frac{A^2}{E^2}}.$$

Dies in Verbindung mit Gl. (151) macht

$$\frac{e}{a} = \frac{a}{a} - \frac{\frac{a}{a}-1}{\sqrt{\frac{E^2}{A^2}+\frac{t^2-1}{2}}}.$$

Es ist aber durch Gl. (46) gegeben:

$$\operatorname{cotg}\alpha = \sqrt{\frac{t^2-1}{2}}\cdot\frac{e}{a}\cdot\frac{E}{A}.$$

Zu Gunsten eines hohen hydraulischen Wirkungsgrades müßte man $\operatorname{cotg}\alpha$ und zu dem Ende t möglichst groß annehmen. Nach Gl. (143) wächst dagegen der Effectverlust durch die Radreibung mit t, und wird schon aus diesem Grunde t eine gewisse Grenze nicht überschreiten dürfen. Auch wächst noch mit t die Größe des Rades, wie ein Vergleich von Gleichung (33) und (73) lehrt.

Es ist nämlich im Allgemeinen

$$E^2 = \frac{\vartheta t}{\pi(t^2-1)}\,\frac{a}{a}\cdot\frac{a^2}{e^2}\,\frac{Q}{u}\,(\operatorname{cotg}\alpha - \operatorname{cotg}\beta)\operatorname{cotg}\alpha \quad (153).$$

Für $\beta = 90^0$

$$E^2 = \frac{\vartheta t}{\pi(t^2-1)}\,\frac{a}{a}\,\frac{a^2}{e^2}\,\frac{Q}{u}\operatorname{cotg}^2\alpha \quad . \quad . \quad (154).$$

Und nach Einsetzung des obigen Werthes für $\operatorname{cotg}\alpha$ entsteht die Gl. (73) unter der Form

$$E^2 = t\cdot\frac{\vartheta}{2\pi}\,\frac{a}{a}\,\frac{E^2}{A^2}\,\frac{Q}{u} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (155).$$

Man erhält günstige Verhältnisse für

$$t^2 = 19 \text{ und } \frac{A}{E} = \frac{2}{3}.$$

Ist wieder $\frac{a}{a} = \frac{10}{9}$, so findet man

$$\frac{e}{a} = 1{,}07778;$$

$$\operatorname{cotg}\alpha = 4{,}8509; \quad \alpha = 11^0\,38'\,54''.$$

$$\operatorname{cotg}\delta = 2; \quad \delta = 26^0\,33'\,54''.$$

Digitized by Google

$$m = 1{,}423; \quad v_u = 0{,}68826 \,.\, u.$$

Ohne Leitschaufeln sei wieder

$$\zeta_u = 0 \text{ und } \mu = 0{,}5$$

und ebenfalls

$$w = 0; \; h_u = 0 \text{ und } \zeta_u = 0{,}2.$$

Es wird alsdann

$$\varkappa = 0{,}67212.$$

Für $\vartheta = \pi$ ergiebt sich

$$E^2 = \sqrt{19} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{10}{9} \cdot \frac{9}{4} \frac{Q}{\sqrt{2g \frac{H}{\varkappa}}} = 0{,}56502 \frac{Q}{\sqrt{H}};$$

$$E = 0{,}75171 \frac{\sqrt{Q}}{\sqrt[4]{H}}.$$

Der starken Divergenz der Schaufeln wegen würde hier das dreistufige Schaufelsystem zweckmäßig sein, siehe Fig. 14. Alsdann ist $\sigma_u = 4\sigma_a$, und statt der Gl. (151) hat man

$$\frac{e}{a} = \frac{a}{a} - \left(\frac{a}{a} - 1\right) \frac{4 \,.\, \sin \delta}{\sin \beta} \frac{A}{E}$$

und

$$\frac{e}{a} = 0{,}97778.$$

Es ist alsdann

$$\operatorname{cotg} \alpha = 4{,}00074; \quad \alpha = 14^0 \, 2' \, 1''.$$

Elftes Beispiel. Das Radgehäuse, Fig. 12, erweitert sich spiralförmig von dem Schluß bei β ausgehend in geradem Verhältniß zu dem zugehörigen Bogen so, daß in jedem Querschnitt die Geschwindigkeit des Wasserstromes $= c$, und der Querschnitt bei $\beta = 2\pi E \cdot e \cdot \frac{c}{e} \sin \alpha$ ist. Von da aus nimmt durch eine fernere Erweiterung bis zum Anschluß des Druckrohres die Geschwindigkeit bis w ab.

Die Schaufeln sollen gerade und

$$\alpha = 9^0 \, 35' \, 38'' \text{ oder } \sin \alpha = \tfrac{1}{6},$$

$$\beta = 90 + 2\alpha, \; t^2 = 25 \text{ und } \frac{a}{a} = 1{,}227$$

gegeben sein.

Digitized by Google

Da $\sin 2\alpha = -\cos\beta$ ist, hat man wegen Gl. (66)

$$\frac{E}{A} = \frac{\cos\delta}{\sin 2\alpha}$$

und mit Hülfe von Gl. (27)

$$\frac{E^2}{A^2} = \frac{t^2-1}{4\cos 2\alpha}\left(-1+\sqrt{1+\frac{8\cos 2\alpha}{\sin^2 2\alpha\,(t^2-1)}}\right) \quad (156);$$

$$\frac{E}{A} = 2{,}4929 \text{ und } \delta = 34^\circ\,57'\,14''.$$

Vermittelst Gl. (64) ist

$$\frac{a}{e} = 1{,}4187.$$

Ferner:

$$\frac{a}{e} = \frac{a}{e}\left[\frac{a}{a} - \left(\frac{a}{a}-1\right)\frac{\sin\delta}{\sin\beta}\,\frac{A}{E}\right] \quad . \quad . \quad (157),$$

liefert

$$\frac{a}{e} = 1{,}6623,$$

mit

$\mu = 0{,}25$; $\zeta_a = 0{,}2$; $\zeta_n = 0{,}1$; $h_s = 0{,}1284 . H$ und $w = w$.

Ferner die Rohrleitungswiderstände findet man nach Gleichung (119)

$$\varkappa\left(1-\frac{h_s}{H}\right) = 0{,}8,$$

$\varkappa = 0{,}70896$ als hydraulischen Wirkungsgrad, und für $H = 9{,}215$ ist aus Gl. (16) und (118):

$$b = 13 \text{ und } u = 28{,}506; \quad w = 5{,}7012.$$

Für $Q = 12$ und $\vartheta = 3$ ist ferner wegen Gl. (73)

$$A = 1{,}1104; \quad E = 2{,}7692;$$

$$a = \frac{A}{\vartheta} = 0{,}3701;$$

$$e = 0{,}222;$$

$$c = 19{,}463; \quad c_a = 3{,}4846; \quad c_n = 6{,}97;$$

$$v_a = 20{,}82; \quad v_s = 1{,}29 . v_a;$$

$$n = 70{,}07 \text{ pro Minute};$$

$$Z = 10.$$

Der Querschnitt des Sauge- und des Druckrohres wird

Digitized by Google

$$= \frac{Q}{W} = 2{,}105 \text{ Quadratfuß},$$

und deren Durchmesser

$$= 1{,}6871 \text{ Fuß}.$$

Für zweiseitigen Eintritt, Fig. 13, wird

$$A = 0{,}785; \quad E = 1{,}958;$$
$$a = 0{,}262; \quad e = 0{,}157;$$
$$n = 99.$$

III. Ventilatoren.

Der Zweck der Ventilatoren ist: atmosphärische Luft aus einem Raume, dem Saugeraume, nach einem anderen Raume, dem Druckraume, hinzufördern, während die Spannung der Luft in diesem Raume größer ist, als in jenem.

Ist die Fortbewegung einer Luftmenge Hauptzweck, so ist die Spannung in beiden Räumen nur wenig verschieden und das Förderquantum in der Regel ein bedeutendes. Diese Art von Ventilatoren heißen im Allgemeinen Saugeventilatoren, und je nach dem Zweck ihrer Verwendung: Exhaustoren, Wetterräder oder Grubenventilatoren.

Wenn aber, wie bei Schmelzprocessen, Schmiedefeuern u. s. w. eine große Ausströmungsgeschwindigkeit erforderlich ist, so muß zu dem Behufe eine viel stärkere Windpressung erzeugt werden. Die dazu dienenden Ventilatoren nennt man Blaseventilatoren.

Jedenfalls kann der Pressungsunterschied der Pressung einer gleichförmig dichten Luftsäule von der Höhe H gleichgesetzt werden; und ist dann H dieselbe Größe, welche für Kreiselpumpen die Förderhöhe war, so daß die Berechnung und Construction im Wesentlichen ganz dieselbe ist, wie die der Kreiselpumpen.

Man mißt die Förderhöhe indirect vermittelst einer Quecksilber- oder, wie es gebräuchlich und zweckmäßig ist, vermittelst einer Wassersäule, deren Höhe mit B (in Fußen ausgedrückt) bezeichnet werden möge, indem man den einen Schenkel des Manometers mit dem Sauge-, den anderen mit dem Druckraume in Verbindung bringt. Bei den Saugeventilatoren pflegt

Digitized by Google

der Druckraum, bei den Blaseventilatoren der Saugeraum die Atmosphäre zu sein. Dem entsprechend ist der eine oder der andere Schenkel offen, und man mißt in dem letzteren Falle die Pressung, in dem ersteren die Depression.

Bestimmung von H. Das specifische Gewicht trockener atmosphärischer Luft bei $0^m,76$ Quecksilber- oder 32,45 Fuß (= A) Wasser-Barometerstand und 0° C. ist auf Wasser von 0° C. als Einheit bezogen $= \frac{1}{773}$.*)

Hätte die zu fördernde Luft durchweg die normale Spannung und Temperatur, so würde einfach sein: H = 773 B. Das specifische Gewicht der Luft ändert sich aber mit der Temperatur und Spannung.

Ist der Manometerstand im Saugeraum = A + B Fuß Wassersäule, wobei $B \gtrless 0$ sein kann, so ist er im Druckraum = A + B + B. Ist ferner die Temperatur im Saugeraum = T, die im Druckraum = T_1, so ist nach dem Gay-Lussac-Mariotte'schen Gesetz das specifische Gewicht

$$\text{im Saugeraum} = \frac{1}{773} \cdot \frac{A+B}{A} \cdot \frac{273}{273+T},$$

$$\text{" Druckraum} = \frac{1}{773} \cdot \frac{A+B+B}{A} \cdot \frac{273}{273+T_1}.$$

Man kann nun mit hinreichender Genauigkeit das mittlere specifische Gewicht der Förderluft — es werde mit G bezeichnet — gleich dem arithmetischen Mittel aus den beiden vorstehenden specifischen Gewichten, also

---

*) Hat das Wasser im Manometer eine höhere Temperatur, so ist dieser Werth durch Multiplication mit den in folgender Tabelle enthaltenen Coefficienten zu corrigiren:

Temperatur Grad C.	Volumen	Temperatur Grad C.	Volumen
0	1,00000	50	1,01157
4	0,99989	60	1,01640
10	1,00014	70	1,02192
20	1,00159	80	1,02807
30	1,00422	90	1,03479
40	1,00750	100	1,04202

Aus H. Rößler's „Technisches Hilfs- und Handbuch". Wiesbaden, 1862. Besprochen Bd. VII, S. 107 d. Z.

Digitized by Google

$$G = \tfrac{1}{773} \cdot \frac{273}{2.A} \cdot \left(\frac{A + B}{273 + T} + \frac{A + B + B}{273 + T_1} \right) \quad (158)$$

annehmen, sowie auch, daß bei der Bewegnng der Luft vom Sauge- zum Druckraum ein Zu- oder Abgang von Wärme nicht stattfindet (wenn nicht ein Winderhitzungsapparat eingeschaltet ist). Alsdann ist nach dem Poisson'schen Gesetz.

$$273 + T_1 = \left(\frac{A + B + \frac{B}{\varkappa}}{A + B} \right)^{0,291} \cdot (273 + T) \quad (159).$$

Daß hierin $\frac{B}{\varkappa}$ statt B stehen muß, hat darin seinen Grund, daß unter $\varkappa$ der hydraulische (eigentlich pneumatische) Wirkungsgrad verstanden, zur Compression der Luft eine $\frac{1}{\varkappa}$mal größere Arbeit aufgewendet wird, als es der Fall sein würde, wenn keine Reibungswiderstände zu überwinden wären.

Man wird in der Regel von der Veränderlichkeit des Barometerstandes absehen und für Blaseventilatoren $B = 0$ und für Sauge ventilatoren $B + B = 0$ setzen können. Bei diesen Letzteren ist B im Vergleich zu A so klein, daß ohne Weiteres $A - B = A$ zu setzen ist. Durch Einsetzung von $B = 0$ resp. $B = -B$ und durch Vergleichnng von Gl. (158) und (159) hat man

$$G = \tfrac{1}{2} \cdot \tfrac{1}{773} \cdot \frac{273}{273 + T} \left(1 + \frac{1 \pm \frac{B}{A}}{\left(1 + \frac{B}{\varkappa A}\right)^{0,291}} \right) \quad (160).$$

Wiederholt sei hier bemerkt, daß das (+) Vorzeichen für Blase-, das (—) Vorzeichen für Sauge ventilatoren gilt.

Man hat nun endlich:

$$H = \frac{B}{G} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (161).$$

Die zu fördernde Luftmenge sei in Cubikfußen gegeben $= Q$, und zwar reducirt auf den Barometerstand A und die Temperatur 0°.

Das wirkliche Volumen ist im Allgemeinen ein anderes, und während der Förderung selbst der Veränderung unterworfen.

Digitized by Google

Um die nöthigen Abmessungen des Ventilators für das Quantum $\mathfrak{Q}$ zu finden, ist es hinreichend genau, wenn man für Q in den für Wasser gültigen früheren Formeln das mittlere Volumen in Rechnung setzt. Dieses ist aber $= \frac{\mathfrak{Q}}{773.G}$, also

$$Q = \frac{1}{773.G} \cdot \mathfrak{Q} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (162).$$

Die theoretische Förderhöhe ist entsprechend Gl. (118)

$$h = \frac{H}{\varkappa},$$

oder auch, wenn man Gl. (117) in abgekürzter Weise schreibt:

$$h = \frac{t^2}{t^2 - 1} \frac{(H + h_s)}{\lambda},$$

ferner wegen Gl. (16) und (17)

$$h = \frac{1}{1 - \frac{w^2}{2gh}} \cdot \frac{H + h_s}{\lambda}$$

oder

$$h = \frac{H + h_s}{\lambda} + \frac{w^2}{2g} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (163).$$

Diese Formel liefert die theoretische Förderhöhe auch für $H = 0$. Selbstverständlich wird dann auch wegen Gl. (118) der Wirkungsgrad gleich Null. Diese Art von Luftförderung ist analog der Förderung einer Last auf horizontaler Bahn.

Die Widerstandshöhe für die Reibung der Luft im Sauge- und Druckrohr bestimmt man ähnlich wie diejenige des Wassers. Sind beide Röhren von gleicher Weite von D Fuß Durchmesser und im Ganzen l Fuß lang, so kann man nach d'Aubuisson annehmen*):

$$h_s = \left(0{,}025 \frac{l}{D} + 0{,}22\right) \frac{w^2}{2g} \quad . \quad . \quad . \quad (164),$$

unter w die Geschwindigkeit in den Leitungsröhren verstanden. Der totale Kraftaufwand ist:

$$L_\eta = \frac{1}{\eta} \cdot \frac{QB\gamma}{480} = \frac{1}{\eta} \cdot \frac{QB \,.\, 61{,}74}{480} \text{ Pferdekräfte} \quad (165),$$

unter η den totalen Wirkungsgrad verstanden.

---

*) Näheres hierüber Bd. VII, S. 339 und 341 d. Z.

Digitized by Google

Zwölftes Beispiel. Es soll ein Ventilator für einen Cupolofen nach den in Fig. 13 (S. 89) dargestellten Verhältnissen construirt werden. Derselbe soll 60 Cbkfß. Wind pro Secunde bei $9\frac{3}{4}$ Zoll Pressung liefern. Es ist also $Q = 60$ und $B = \frac{9{,}75}{12} = 0{,}8125$. Im elften Beispiel ist schon angenommen

$$\alpha = 9^0\ 35'\ 38''; \quad \beta = 90^0 + 2\alpha,$$

$$t^2 = 25; \quad \frac{a}{a} = 1{,}227,$$

und berechnet

$$\frac{E}{A} = 2{,}4929; \quad \delta = 34^0\ 57'\ 14'';$$

$$\frac{a}{e} = 1{,}4187; \quad \frac{a}{e} = 1{,}6623.$$

Die Bewegungswiderstände der Luft scheinen nach Versuchen, welche von Rittinger angestellt und in seinem früher citirten Werk angegeben sind, etwa um die Hälfte größer, als die des Wassers in Kreiselrädern zu sein. Es werde daher angenommen:

$$w = w; \quad \mu = 0{,}875; \quad \zeta_e = 0{,}3; \quad \zeta_a = 0{,}15.$$

Daraus findet man den Factor λ in Gl. (119) (vergl. S. 112)

$$\lambda = 0{,}78$$

und

$$\varkappa\left(1 + \frac{h_s}{H}\right) = 0{,}70.$$

Wäre auch wieder

$$\frac{h_s}{H} = 0{,}1284,$$

so hätte man

$$\varkappa = 0{,}635.$$

Es sei auch wie im sechsten Beispiel:

$$\frac{\eta}{\varkappa} = 0{,}87821,$$

das liefert als totalen Wirkungsgrad

$$\eta = 0{,}557.$$

Nimmt man noch die Temperatur im Saugeraum $T = 12^0$ an, so ist aus Gl. (159) die im Druckraum

$$T_1 = 15{,}22^0.$$

Digitized by Google

Vermittelst Gl. (160), (161) und (162) findet man ferner

$$\frac{1}{G} = 801{,}2; \quad H = 650{,}97; \quad Q = 62{,}217.$$

Mit Hülfe von Gl. (118) und (16) hat man

$$h = 1025{,}7 \text{ und } u = 253{,}18;$$

ferner, weil $t = 5$,

$$w = 50{,}626.$$

Die Windpressung ist gleich $B = 0{,}8125$ Fuß Wassersäule, unter der Voraussetzung gegeben, daß die Messung derselben in einem Raum, dem Druckraum, stattfindet, welcher von so großem Querschnitt und Inhalt ist, daß die Bewegung, welche die Luft noch etwa hat, vernachlässigt werden kann. Wird aber die Messung nicht an einem solchen Behälter, z. B. einem Windregulator, vorgenommen, sondern etwa am Ende des Windleitungsrohres, in welchem die Luft die Geschwindigkeit w hat, so kommt von jenem Manometerstand noch die dem w entsprechende Geschwindigkeitshöhe $\frac{w^2}{2g}$ in Abzug. Der so erhaltene Manometerstand B_w würde, da $w = w$ angenommen war, sein

$$B_w = B \cdot \frac{H - \frac{w^2}{2g}}{H},$$

und für die obigen Werthe:

$$B_w = 0{,}8125 \left(1 - \frac{50{,}626^2}{2g \cdot 650{,}97}\right) = 0{,}76113.$$

Die Geschwindigkeit u_0, mit welcher die Luft aus den Düsen ausströmt, ist:

$$u_0 = \sqrt{2gH} = 201{,}7,$$

und, den Contractionscoefficienten zu 0,92 angenommen, ist der Gesammtquerschnitt der Düsen

$$= \frac{Q}{0{,}92 \cdot u_0} = 0{,}33528.$$

Nimmt man an $\vartheta = 3{,}14\ldots$, so ist für den zweiseitigen Eintritt vermittelst Gl. (73)

$$A = 0{,}614; \quad E = 1{,}5306;$$
$$a = 0{,}19544; \quad e = 0{,}11757.$$

Digitized by Google

Ferner aus Gl. (60) und (61)

$$c = 172{,}85 \text{ und } v_e = 180{,}45;$$
$$n = 1125{,}8 \text{ pro Minute.}$$

Die Zahl der Schaufeln, bei Ventilatoren auch „Flügel" genannt, ist nach Gl. (125)

$$Z = 10.$$

Die Saugeröhren fallen natürlich weg, und wird der Querschnitt der beiderseitigen freien Einläufe

$$= \tfrac{1}{2} \cdot \frac{Q}{w} = 0{,}64451.$$

Der Querschnitt der Windleitung

$$= \frac{Q}{w} = 1{,}229.$$

Die für den Ventilator erforderliche Betriebskraft ist nach Gl. (165)

$$L_\eta = \frac{1}{0{,}557} \cdot \frac{62{,}217 \times 0{,}8125 \times 61{,}74}{480} = 11{,}674 \text{ Pferdekräfte.}$$

Dreizehntes Beispiel. Construction eines Grubenventilators oder Exhaustors, welcher 600 Cbkfß. Luft pro Secunde mit einer Depression von $2\frac{1}{2}$ Zoll Wassersäule bei einer Temperatur von 12° fördern soll.*)

Es ist also

$$Q = 600; \quad B = 0{,}20833 \text{ und } T = 12.$$

Wie im Beispiel 9 soll der Ventilator zu Gunsten einer möglichst einfachen Ausführung offen (ohne Leitschaufeln) und mit geraden Flügeln versehen sein, welche sich auf ihren Armen

*) P. Rittinger nimmt in seinem Werk „Centrifugal-Ventilatoren ꝛc." §. 49 an, daß eine Luftgeschwindigkeit von ca. $0^m{,}8$ in den zu ventilirenden Grubenstrecken bis zum Saugeraum ausreicht, sowie auch, daß bei einem mittleren Querschnitt derselben eine Depression von $0^m{,}002$ Wassersäule für je 100 laufende Meter genügt.

Ueber $0^m{,}08$ Depression ist man aber noch nicht hinausgegangen. Als Beispiel einer großen Fördermenge von 195,000 Cbkfß. Luft pro Minute ist in einem sehr lesenswerthen Aufsatz der „Zeitschrift für Berg-, Hütten- und Salinenwesen", 1865, S. 186, eines Guibal'schen Ventilators Erwähnung gethan.

Digitized by Google

freistehend (d. i. ohne Radkränze) zwischen parallelen Seitenwänden mit möglichst geringem Spielraum bewegen.

Es sei auch wieder wie dort gegeben:

$$\frac{a}{a} = \frac{10}{9},$$

und angenommen

$$\frac{E}{A} = 1{,}7321 \text{ und } \beta = 180^0 - 63^0\ 26'\ 6'',$$

daraus:

$$\delta = 39^0\ 13'\ 50'' \text{ und } \alpha = 16^0\ 19'\ 4'';$$

ferner

$$\frac{e}{e} = 0{,}95918 \text{ und } \frac{e}{a} = 1{,}06575;$$

$$t = 2{,}975,\quad m = 1{,}543,\quad v_e = 0{,}71303 \,.\, u;$$

$$c_e = 0{,}20358 \,.\, u \text{ und } c_a = 0{,}53148 \,.\, u.$$

Ferner angenommen:

$$w = 0;\quad h_a = 0;\quad \zeta_a = 0;\quad \zeta_a = 0{,}4 \text{ und } \mu = 1.$$

Dann ist nach Gl. (119) der hydraulische Wirkungsgrad

$$\varkappa = \frac{7{,}8508}{8{,}8508}(1 - 0{,}02547 - 0{,}5211) = 0{,}4022.$$

Für $\frac{\eta}{\varkappa} = 0{,}87821$ hat man den totalen Wirkungsgrad

$$\eta = 0{,}3532.$$

Nach Gl. (159) ist die Temperatur der ausströmenden Luft

$$T_1 = 13{,}27^0;$$

Gl. (160), (161) und (162) liefern

$$\frac{l}{G} = 811{,}37;\quad H = 169{,}03;\quad Q = 629{,}8;$$

Gl. (118) und (16)

$$h = 420{,}27 \text{ und } u = 162{,}09;$$

wegen $t = 2{,}975$:

$$w = 54{,}482 \text{ und } c = 105{,}05.$$

Bei einseitigem Eintritt ist für $\vartheta = 3{,}14\ldots$ aus Gl. (73) u. s. w.

$$A = 2{,}534;\quad E = 4{,}389;$$

$$a = e = 0{,}8066;\quad v_e = 115{,}58$$

und

Digitized by Google

$$n = 251{,}47 \text{ pro Minute.}$$

Nach Gl. (165) ist die nöthige Betriebskraft

$$L_\eta = \frac{1}{0{,}3532} \cdot \frac{629{,}8 \,.\, 0{,}20833 \,.\, 61{,}74}{480} = 47{,}78 \text{ Pferdekräfte.}$$

Die Zahl der Flügel anlangend, ist es zweckmäßig, dieselbe doppelt so groß, als bei Kreiselpumpen, also in Gl. (124)

$$\xi = 8$$

anzunehmen. Hier also

$$Z = 8 \cdot \frac{4{,}389 + 2{,}534}{4{,}389 - 2{,}534} = 30;$$

diese größere Schaufelzahl wird nämlich dadurch gerechtfertigt, daß durch den Bahndruck, welchen irgend eine Radschaufel gegen den von ihr getriebenen Luftstrom ausübt, diesem letzteren in concentrischen Querschnitten verschiedene, und zwar von der Vorderfläche der Schaufel nach der Hinterfläche der voranschreitenden hin abnehmende Dichte und Spannung ertheilt wird. Da, wo nun die feste Begrenzung eines solchen Luftstromes aufhört, d. i. beim Austritt aus einem offenen Ventilator, entstehen Wirbelungen, welche den Effect beeinträchtigen und mitunter so bedeutend sind, daß sogar, wie man sich durch Hineinwerfen von Papierschnitzeln überzeugen kann, ein stellenweises Wiedereinsaugen stattfindet.

Diese Spannungsungleichheit ist natürlich um so größer, je weiter die Schaufeln auseinander stehen, und umgekehrt lassen sich daher die Luftwirbel durch Vermehrung der Schaufelzahl auf ein zulässiges Maß beschränken.

Wie sich aus Gl. (119) ersehen läßt, fällt der Wirkungsgrad des vorstehenden Ventilators so gering aus, weil die Austrittsgeschwindigkeit c durch die Betriebskraft miterzeugt werden muß, ohne daß ein Theil von c in förderlicher Weise wieder nutzbar gemacht wird. Dieser ungünstige Umstand wurde eben durch $\mu = 1$ ausgedrückt.

Die lebendige Kraft der austretenden Luft läßt sich jedoch noch ohne Leitschaufeln in förderlichem Sinn theilweise aus-

Digitized by Google

nutzen durch die von Rittinger*) angewandten „Auslaufwände", welche nichts anderes sind, als eine Ausdehnung der Seitenwände über das Flügelrad um das E bis $\frac{3}{2}$E fache hinaus. Nehmen wir an, daß die Förderluft zwischen diesen parallelen Wänden in der Richtung von c verharrend an dem äußeren Umfang — sein Radius möge $E_1 = 2{,}25\,E$ sein — mit der Geschwindigkeit w unter dem Winkel α_1 austritt. Während des Ueberganges aus der Geschwindigkeit c in w nimmt die Luft zwar eine etwas größere Spannung an, die entsprechende Dichtigkeitszunahme ist aber so gering, daß sie vernachlässigt werden, und

$$2\pi E_1 \,.\, w \,.\, \sin\alpha_1 = 2\pi E \,.\, c \,.\, \sin\alpha$$

gesetzt werden kann. Hieraus und aus der geometrischen Beziehung ähnlich, wie Gl. (66),

$$\frac{E_1}{E} = \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha_1},$$

folgt nach gehöriger Einrichtung

$$w = c \cdot \frac{\sin\alpha}{\sqrt{\frac{E_1^{\,2}}{E^2} - \cos^2\alpha}}$$

und für dieses Beispiel

$$w = 105{,}05 \,.\, 0{,}13807 = 14{,}503.$$

Es sei nun wieder, wie im zwölften Beispiel, $\mu = 0{,}375$; aber der größeren Schaufelzahl wegen, wie vorhin

$$\zeta_s = 0{,}4.$$

Da die Auslaufwände etwas Reibungswiderstand verursachen, ist ζ_s nicht $= 0$, sondern etwa $= 0{,}075$ zu nehmen. Gl. (119) liefert dann

$$\varkappa = \frac{7{,}8508}{8{,}8508}\,(1 - 0{,}02158 - 0{,}26065) = 0{,}68667.$$

Aehnlich, wie vorhin, findet man ferner: $\eta = 55{,}914$. Die Temperatur beim Austritt der Förderluft in die Atmosphäre:

$$T_1 = 12{,}83,$$

*) Näheres hierüber enthält §. 40 des genannten Werkes.

Digitized by Google

ferner

$$\frac{1}{G} = 810{,}51;$$
$$H = 168{,}86;$$
$$Q = 629{,}11;$$
$$h = 265{,}22;$$
$$u = 128{,}75;$$
$$w = 43{,}276;$$
$$A = 2{,}842;$$
$$E = 4{,}922;$$
$$\alpha = e = 0{,}9046;$$
$$v_e = 91{,}302;$$
$$n = 178{,}1 \text{ pro Minute};$$
$$L_\eta = 30{,}15 \text{ Pferdekräfte}.$$

Der Vergleich der beiden letzten Fälle läßt erkennen, daß der günstigere Wirkungsgrad auch einen größeren Ventilator erforderlich macht, und erinnert daran, wie wichtig die Vorherermittelung des hydraulischen Wirkungsgrades zur Größenbestimmung eines Ventilators ist.

Wiederholt sei es hier gesagt, daß die Werthe von ζ und μ innerhalb gewisser Grenzen schätzungsweise Annahmen sind und für jedes besondere System von Turbinen, Kreiselpumpen und Ventilatoren noch der genaueren Feststellung durch Versuche bedürfen.

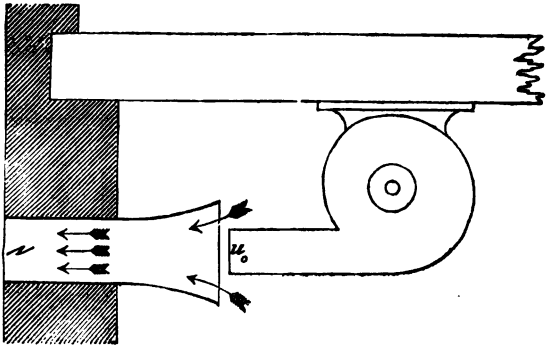
Wir wollen bei dieser Gelegenheit nicht unterlassen darauf hinzudeuten, daß der Wirkungsgrad $\varkappa$ eines Ventilators unter Berücksichtigung der Gl. (159) leicht gefunden werden kann, durch eine genaue Messung des Manometerstandes B*) und der Temperaturen T und T_1.

Vierzehntes Beispiel. Ein Blaseventilator soll, wie Fig. 15 zeigt, nach der Art eines Locomotivblaserohres zur Ventilation eines Fabrikraumes verwendet werden, und somit einen Exhaustor ersetzen.

*) Das Differentialmanometer mit zwei Flüssigkeiten von ungleichem specifischem Gewicht — gefärbter gewässerter Weingeist und Terpentinöl — scheint hierzu recht geeignet zu sein. Es ist beschrieben in Dingler's „polytechn. Journal", Bd. 190, S. 16.

Digitized by Google

Fig. 15



Die einfache Benutzung eines Blaseventilators zur Ventilation, also zur bloßen Fortbewegung der Luft aus einem Raum in einen anderen, könnte ohne eine große Kraftvergeudung nicht stattfinden, da die Betriebskraft größtentheils durch die Erzeugung einer unnöthig großen Austrittsgeschwindigkeit der Förderluft verloren ginge. In der gestellten Aufgabe kommt es nun darauf an, die der großen Geschwindigkeit der ausgeblasenen Luft entsprechende lebendige Kraft zum Ansaugen und Mitreißen von möglichst viel Luft, welche den Ventilator nicht zu passiren braucht, auszunutzen. Das gesammte Förderquantum besteht hiernach aus zwei Theilen: dem geblasenen $= Q$ und dem mitgerissenen $= R$. Nimmt man nun an, daß die Luft aus der Düse*) mit u_0 Geschwindigkeit ausströmt, und daß das Gemisch an der Ausmündung des Kamines noch die Geschwindigkeit c haben soll, so ist das Arbeitsvermögen der Ventilatorluft $Q \cdot \frac{\gamma}{773} \cdot \frac{u_0^2}{2g}$ und das der geförderten Luft $= (Q + R) \frac{\gamma}{773} \cdot \frac{c^2}{2g}$. Diese beiden müßten einander gleich sein, wenn nicht ein Theil jenes Arbeitsvermögens während des Mitreißens auf innere Arbeit und Er-

*) Es möchte unter Umständen die Wirkung erhöhen, wenn man die Mündung in mehrere Düsen theilt. Der active Luftstrom bietet dem passiven alsdann mehr Berührungspunkte dar. Siehe Dingler's „polytechnisches Journal", 1861, 1. Novemberheft, S. 163.

Digitized by Google

wärmung verbraucht würde. Ein solcher schädlicher Arbeitsaufwand ist aber unvermeidlich, und wird man daher den ersten Ausdruck mit einem den Wirkungsgrad bezeichnenden Coefficienten g multipliciren müssen, um ihn dem zweiten gleich setzen zu können. Man hat dann

$$g \,.\, \mathfrak{Q} u_0^2 = (\mathfrak{Q} + \mathfrak{R})\, c^2$$

oder

$$\mathfrak{Q} + \mathfrak{R} = g \,.\, \mathfrak{Q} \frac{u_0^2}{c^2} \quad . \quad . \quad . \quad (166).$$

Da man die Dichtigkeitsänderung der Luft zwischen den Mündungen u_0 und c vernachlässigen kann, so ist das Verhältniß der entsprechenden Querschnitte umgekehrt, wie das von u_0 und c zu nehmen.

Es kommt nun allerdings auf eine praktische Wahl dieses Verhältnisses, sowie auf die Entfernung der Mündungen von einander an. Wir wollen hier nicht darauf eingehen, verweisen vielmehr auf das Zeuner'sche Werk „Das Locomotiven-Blasrohr", welches in Bd. VIII, S. 311 und Bd. IX, S. 337 d. Z. vom Prof. Dr. Grashof ausführlich besprochen wurde.

Als Beispiel möge ein dem Beispiel 12 ähnlicher Blaseventilator dienen, jedoch soll die Fördermenge $\mathfrak{Q}$ nur ein Viertel und die Windpressung nur die Hälfte der dortigen, also: $\mathfrak{Q} = 15$ und $B = 0{,}40625$ sein.

Die Abmessungen des neuen Ventilators ergeben sich leicht durch Vergleich mit jenem schon gefundenen.

Wäre die erforderliche Fördermenge gleich jener, so müßte der Ventilator größer, als jener sein, so daß die Quadrate der Abmessungen sich umgekehrt wie die Durchgangsgeschwindigkeiten, oder was dasselbe ist, wie die Wurzeln aus den Förderhöhen verhalten. Es müßte demnach sein:

$$\frac{E_x^2}{1{,}5306^2} = \frac{\sqrt{0{,}8125}}{\sqrt{0{,}40625}},$$

unter E_x den hypothetischen Radius verstanden.

Andererseits müssen die Quadrate der Abmessungen in directem Verhältniß zu den Fördermengen stehen, daher, wenn

Digitized by Google

man wieder mit E den zu suchenden Radius bezeichnet $\frac{E^2}{E_x^2} = \frac{15}{60}$; die Multiplication dieser beiden Gleichungen miteinander liefert:

$$E^2 = \sqrt{2} \cdot \tfrac{1}{4} \cdot 1{,}5306^2$$

und

$$E = \frac{1{,}5306}{2} \cdot \sqrt[4]{2} = 0{,}91012.$$

In demselben Verhältniß vermindern sich die anderen Dimensionen.

Ferner hat man:

$$u_0 = 201{,}7 \cdot \sqrt{0{,}5} = 142{,}62$$

und angenommen

$$c = 0{,}1 \,.\, u_0,$$

würde

$$\mathfrak{Q} + \mathfrak{R} = g \,.\, 1500$$

ergeben.

Nach der Zeuner'schen Formel

$$g = \frac{c}{u_0}\left(1 + \sqrt{\frac{u_0}{c} - 1}\right)^3,$$

welche sich keineswegs als allgemein gültig erweist, würde

$$g = 0{,}64, \text{ somit } \mathfrak{Q} + \mathfrak{R} = 960 \text{ sein.}$$

Es würde also 64mal so viel Luft mit dieser Vorrichtung, als mit dem bloßen Ventilator gefördert werden. Dagegen wäre der Wirkungsgrad der ganzen Anlage nur

$$= g \,.\, \eta = 0{,}64 \,.\, 0{,}557 = 35{,}6 \text{ pCt.}$$

Ein Exhaustor allein würde daher dasselbe mit geringerer Kraft leisten, er müßte aber einen etwa $2\frac{1}{2}$mal größeren Durchmesser haben.

Die Betriebskraft des Blaseventilators würde sich nach Beispiel 12 auf

$$\tfrac{1}{4} \cdot \tfrac{1}{2} \cdot 11{,}67 = 1{,}46$$

die eines Exhaustors auf nur 1 Pferdekraft berechnen.

A. W. Schade's Buchdruckerei (L. Schade) in Berlin, Stallschreiberstr. 47.

Digitized by Google

Verlag von **Rudolph Gaertner** in Berlin.
(Durch alle Buchhandlungen zu beziehen.)

Das Blasenwerfen bei dem Schweifsen von Puddelstahl-, Feinkorn- und Eisen-Packeten. Zwei gekrönte Preisschriften nebst den vom technischen Vereine für Eisenhüttenwesen über dieses Thema gepflogenen Verhandlungen. (Separat-Abdruck aus der Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure.) 1865. 8. geh. 7½ Sgr.

Born, W., Ingenieur in Magdeburg, **Die Selbstverwaltung der Patentrechte und Dampfkesselrevisionen durch die Industriellen.** Mit Rücksicht auf die Verhandlungen des Vereines deutscher Ingenieure. 1865. 8. geh. 10 Sgr.

— — **Die Verwerthung der flüssigen Leuchtmaterialien in Gasform** als Konkurrenz der Privaten gegen Ausbeutung durch die Steinkohlengas-Monopole. 1867. geh. 7½ Sgr.

Fink, C., Professor, **Abhandlungen über Kolben- und Centrifugalpumpen.** (Separat-Abdruck aus der Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure.) 1867. 8. geh. 15 Sgr.

Grashof, F., Professor Dr., **Die Festigkeitslehre mit besonderer Rücksicht auf die Bedürfnisse des Maschinenbaues.** Abrifs von Vorträgen an der polytechnischen Schule zu Carlsruhe. Mit 40 in den Text eingedruckten Holzschnitten. 1866. gr. 8. geh. 2 Thlr.

Hertzer, H., Dr., **Mathematische Tabellen, Formeln und Constructionen zum Gebrauch für Techniker.** Mit 10 Figurentafeln. 1864. Schreibpapier. geh. 2 Thlr.

— — **Technische Tabellen.** Anhang zu den mathematischen Tabellen. 1866. geh. 8 Sgr.

Kankelwitz, W., Ingenieur und Lehrer an der Königl. Werkmeisterschule in Chemnitz, **Der Betrieb der Schneidemühlen.** Inhalt: 1) Kraftbedarf und Leistung der Gatter. 2) Vorschub, Hubhöhe, Hubzahl und Sägenblattstärke. 3) Bemerkungen über einige Constructionsdetails. 4) Horizontalgatter. 5) Anhang, enthaltend die Begründung einiger der aufgestellten Formeln. Mit 33 in den Text gedruckten Holzschnitten. (Separat-Abdruck aus der Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure.) 1862. gr. 4. geh. 12 Sgr.

Mittheilungen über den Stand der Industrie im Sächsisch-Anhaltinischen Vereins-Bezirke. Festschrift, dem Vereine deutscher Ingenieure gewidmet vom Sächsisch-Anhaltinischen Bezirks-Vereine. Mit einer Industriekarte vom Gebiete des Sächsisch-Anhaltinischen Bezirks-Vereines. 1867. geh. 15 Sgr.

Pohlke, K., Darstellende Geometrie. Erste Abtheilung: Darstellung der geraden Linien und ebenen Flächen, sowie der aus ihnen zusammengesetzten Gebilde, vermittelst der verschiedenen Projectionsarten. gr. 8. Nebst einem Hefte von 10 Tafeln in 4. 2. Auflage. 1866. geh. 1 Thlr.

Rosenkranz, P. H., Der Indicator und seine Anwendung mit specieller Beziehung auf den Indicator nach Richards. Für den praktischen Gebrauch bearbeitet. 1868. gr. 8. eleg. geb. 1 Thlr.

Digitized by Google

Scheeffer, Adolph, Siedemeister in der Schickler'schen Zuckerfabrik, **Die nothwendigsten Regeln für die Behandlung der Dampfkessel-Feuerung** nebst einem Katechismus für den praktischen Dampfkesselheizer. Zweite vermehrte Auflage. 1859. geh. 7½ Sgr.

Völckers, J., Director der Zuckerfabrik und Raffinerie Ostrowo, **Der Indicator.** Anleitung zum Gebrauch desselben bei der Prüfung von Dampfmaschinen und zur Ermittelung des Kraftbedarfs von Arbeitsmaschinen nebst praktischen Formeln, auf Indicator-Versuche basirt, zur Berechnung neu anzulegender Dampfmaschinen, und einer Sammlung ausgeführter eigener Versuche. Mit einem Vorworte von Dr. F. Grashof, Director des Vereines deutscher Ingenieure. Mit 7 lithogr. Tafeln. 1863. gr. 8. geh. 1½ Thlr.

Zur deutschen Patentgesetzgebung. Im Auftrag des Vereines deutscher Ingenieure ausgearbeitete Denkschrift. Magdeburg und Osnabrück im December 1868. 4. geh. 10 Sgr.

Zeitschrift
des
Vereines deutscher Ingenieure.

Unter besonderer Mitwirkung
von

R. Baumeister,
Professor des Wasser- und Strafsenbaues am Polytechnicum in Carlsruhe.

Dr. K. List,
Lehrer der Chemie und chemischen Technologie an der Provinzial-Gewerbeschule in Hagen.

H. Ludewig,
ord. Professor der Maschinenbaukunde an der Königl. polytechnischen Schule in München.

R. R. Werner,
ord. Professor der Maschinenbaukunde an der Grofsherzogl. polytechn. Schule in Darmstadt.

redigirt von

R. Ziebarth,
Civil-Ingenieur in Berlin.

Erscheint seit 1857 in Monatsheften, deren jedes mindestens 4 Bogen Text in grofs 4. mit eingedruckten Holzschnitten oder lithographirten Textblättern und 2 bis 3 Tafeln lithographirter Zeichnungen in Folio und Quarto enthält. 12 Hefte bilden einen Jahrgang. Der Preis der Jahrgänge 1857 bis 1864 (Band I bis VIII) ist à 6 Thlr. Vom Jahrgang 1865 (Band IX) an à 7 Thlr. 15 Sgr.

Alle Buchhandlungen des In- und Auslandes, sowie die Königl. Preufs. Postämter, nehmen Bestellungen auf die Zeitschrift an, und sind die Buchhandlungen in den Stand gesetzt, das 1. Heft des laufenden Jahrganges zur Ansicht zu beschaffen.

Hierzu erschien:

Alphabetisches Inhaltsverzeichnifs der Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure. Band I bis X (Jahrgänge 1857 bis 1866) bearbeitet von H. Ludewig. 4. 1867. geh. 15 Sgr.

Digitized by Google

Digitized by Google

89090524901

b89090524901a

Digitized by Google